

## Zastosowanie łańcuchów Markowa w badaniu stopnia stabilności dochodów podatników

---

Nierównomierność rozkładu płac i dochodów to ważny i złożony problem, który wywiera znaczący wpływ na kształtowanie się procesów społeczno-ekonomicznych. Podkreślić przy tym należy, że procesy te warunkują zwrótnie występowanie nierównomierności rozkładu płac i dochodów. Z uwagi na wagę tego zjawiska, a przede wszystkim ze względu na konsekwencje — zarówno w sferze społecznej jak i ekonomicznej — podjęta w artykule problematyka warta jest rozważenia. W trakcie przeprowadzania analizy nierównomierności rozkładu dochodów należy zwrócić uwagę na stopień stabilności dochodów. Dochody ulegają bowiem zmianom, powodując tym samym przesuwanie się jednostek badanej zbiorowości do niższej lub wyższej grupy dochodowej lub w niej pozostają.

Z tego powodu celowe jest przeprowadzenie badania stopnia stabilności dochodów ludności, szczególnie na podstawie informacji pochodzących z zeznań podatkowych składanych przez podatników (osoby fizyczne) w urzędach skarbowych. Zeznania te można uznać za jedno z bardziej wartościowych i wiarygodnych źródeł informacji o dochodach ludności. Wynika to przede wszystkim z faktu, że obowiązujące prawodawstwo przewiduje tzw. nieograniczony obowiązek podatkowy. W praktyce oznacza to, że osoby fizyczne mieszkające w Polsce podlegają obowiązkowi podatkowemu od całości dochodów bez względu na miejsce położenia źródeł przychodów<sup>1</sup>.

Celem głównym artykułu jest analiza empiryczna stopnia stabilności dochodów podatników rozliczających się w jednym z urzędów skarbowych woj. śląskiego (w dalszej części opracowania występującego jako urząd skarbowy). Ponadto szczególną uwagę zwrócono na zależności pomiędzy poziomem stabilności dochodów i poziomem nierównomierności rozkładu dochodów.

Przedmiotem badania były dane indywidualne pochodzące z formularzy PIT-28, PIT-36 i PIT-37 o wysokości uzyskanych przychodów za lata 2000 i 2006<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Art. 3 ust. 1 Ustawy z 26 lipca 1991 r. o podatku dochodowym od osób fizycznych (Dz. U. z 1991 r., Nr 80, poz. 350 z późn. zm.).

<sup>2</sup> Przy doborze próby spośród populacji obejmującej wszystkich podatników składających zeznania roczne PIT-28, PIT-36, PIT-37 w urzędzie skarbowym wybrano tylko tych, którzy złożyli zeznania zarówno w latach 2000 i 2006. W przypadku zeznania PIT-36 i PIT-37 dodatkowo dokonano podziału na podatnika głównego i związanego. Wynika to z możliwości wspólnego opodatkowania się małżonków. Okazało się, iż podatników, którzy złożyli zeznanie PIT-28 jednocześnie w latach 2000 i 2006 było 1277. W przypadku zeznania PIT-36 podatników głównych było 4220, a podatników związanych — 1467. Z kolei w przypadku zeznania PIT-37 podatników głównych było 41719, a podatników związanych — 12651. Następnie do tak określonych grup podatników w sposób losowy pobrano 30% próbę stanowiącą przedmiot badania.

## WYNIKI BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Do oszacowania stopnia stabilności dochodów wykorzystać można łańcuchy Markowa, czyli procesy z czasem dyskretnym, w których występuje taka zależność pomiędzy zmiennymi losowymi tworzącymi ciąg  $\{X_t\}$ , że rozkład prawdopodobieństwa  $t$ -tej zmiennej zależy od realizacji zmiennej  $X_{t-1}$ , a nie zależy on od zmiennych  $X_{t-2}, X_{t-3}, \dots, X_0$  (Podgórska i in., 2002). Innymi słowy, jest to zdefiniowany na dyskretnej przestrzeni stanów ciąg zdarzeń, w którym prawdopodobieństwo każdego zdarzenia zależy wyłącznie od wyniku poprzedniego.

Ciąg zmiennych losowych  $\{X_t\}$  ( $t=0, 1, 2, \dots$ ) o możliwych stanach  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) powiązany jest w łańcuch Markowa, jeśli dla  $i, j, t = 1, 2, 3, \dots$ , dla dowolnych  $x_{i-2}, \dots, x_{i_1}, x_{i_0}$  zachodzi równość (Kordos, 1973):

$$p_{ij}(t) = P(X_t = x_j | X_{t-1} = x_i) = P(X_t = x_j | X_{t-1} = x_i, X_{t-2} = x_{i-2}, \dots, X_1 = x_{i_1}, X_0 = x_{i_0}) \quad (1)$$

Ciąg zmiennych losowych  $X_t$  ( $t=0, 1, 2, \dots$ ) powiązany jest w jednorodny łańcuch Markowa, jeżeli dla  $i, j, t = 1, 2, 3, \dots$  prawdopodobieństwo warunkowe przejścia ze stanu  $i$  do stanu  $j$  ( $p_{ji}(t)$ ) nie zależy od  $t$ , tzn.:

$$p_{ij}(t) = p_{ij} \quad (2)$$

Zakładając, że badana zbiorowość jest stała w badanym okresie, tzn. nie dochodzą do niej nowe jednostki oraz nie ubywają dotychczas istniejące, zachodzi równość (Pawłowski, 1969):

$$\sum_{i=1}^r N_i(t) = \sum_{j=1}^r N_j(t+1) = \dots = N \quad (3)$$

gdzie:

- $N$  — wielkość zbiorowości,
- $N_i(t)$  — liczba jednostek w  $i$ -tej grupie dochodowej w okresie  $t$ ,
- $N_j(t+1)$  — liczba jednostek w  $j$ -tej grupie dochodowej w okresie  $t+1$ ,
- $r$  — liczba grup dochodowych.

Prawdopodobieństwo przejścia jednostki z  $i$ -tej grupy dochodowej w okresie  $t$  do  $j$ -tej grupy dochodowej w okresie  $t+1$  wyrażone jest wzorem:

$$p_{ij}(t) = \frac{N_{ij}(t+1)}{N_i(t)} \quad \text{dla } (i, j = 1, 2, \dots, r) \quad (4)$$

gdzie  $N_{ij}(t+1)$  to liczba jednostek, które w okresie  $t$  znajdowały się w  $i$ -tej grupie dochodowej, a w okresie  $t+1$  przesunęły się do  $j$ -tej grupy dochodowej.

Prawdopodobieństwo  $p_{ij}(t)$  przyjmuje wartość z przedziału  $[0, 1]$ . Jednocześnie należy podkreślić, że prawdopodobieństwo przejścia jednostki z  $i$ -tej grupy dochodowej w okresie  $t$  do  $j$ -tej grupy dochodowej w okresie  $t+1$  tworzą jednorodny łańcuch Markowa. Na podstawie prawdopodobieństwa  $p_{ij}(t)$  konstruuje się macierz prawdopodobieństwa przejścia ( $\mathbf{P}_t$ ):

$$\mathbf{P}_t = \begin{bmatrix} p_{11}(t) & p_{12}(t) & \dots & p_{1r}(t) \\ p_{21}(t) & p_{22}(t) & \dots & p_{2r}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{r1}(t) & p_{r2}(t) & \dots & p_{rr}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Macierz ta charakteryzuje się następującymi własnościami (Podgórska i in., 2002):

$$\sum_{j=1}^r p_{ij}(t) = 1 \quad \text{dla } (i, j = 1, 2, \dots, r) \quad (6)$$

$$p_{ij}(t) \geq 0 \quad \text{dla } (i, j = 1, 2, \dots, r) \quad (7)$$

dla każdego  $t$ .

Macierz prawdopodobieństw przejścia ( $\mathbf{P}_t$ ) wykorzystuje się do szacowania syntetycznych mierników stabilności dochodów, do których zalicza się (Pawłowski, 1969):

1) miernik stopnia stabilności dochodów ( $C_1$ ):

$$C_1 = \frac{\sum_{i=1}^r p_{ii}(t)}{r} \quad (8)$$

2) miernik kierunku zmian dochodów ( $C_2$ ):

$$C_2 = \frac{\sum_{i, j \in \{1, 2, \dots, r\}, i > j} p_{ij}(t)}{\sum_i \sum_{j > i} p_{ij}(t) + \sum_i \sum_{j < i} p_{ij}(t)} \quad (9)$$

3) miernik prawdopodobieństwa „przeskoczenia” grupy dochodowej ( $C_3^{(s)}$ ):

$$C_3^{(s)} = \frac{\sum_{i, j \in \{1, 2, \dots, r\}, |i-j|=s} p_{ij}(t)}{\sum_{i, j \in \{1, 2, \dots, r\}, |i-j|=s-1} p_{ij}(t)} \quad \text{dla } s = 2, 3, \dots, r-1 \quad (10)$$

Miernik  $C_1$  przyjmuje wartość z przedziału  $[0, 1]$ , przy czym z jednej strony stopień stabilności dochodów jest tym wyższy, im bliższa jedności jest wartość miernika. Z drugiej strony dynamika dochodów jest tym większa, im bliższa zera jest wartość tegoż miernika. W przypadku gdy dochód w ogóle ulega zmianie, wartość miernika  $C_2$  większa od 0,5 wskazuje na — przeciętnie rzecz biorąc — większe szanse przejścia do wyższej grupy dochodowej. Z kolei wartość miernika  $C_2$  mniejsza od 0,5 wskazuje na większe szanse przejścia do niższej grupy dochodowej. Miernik  $C_2$  przyjmuje wartość z przedziału  $[0, 1]$ .

Miernik  $C_3^{(s)}$  wykorzystuje się do opisu dynamiki, z jaką maleje prawdopodobieństwo  $p_{ij}(t)$  wraz ze wzrostem odległości pomiędzy poszczególnymi grupami dochodowymi. Innymi słowy, w przypadku gdy np.  $s = 2$ , miernik  $C_3^{(s)}$  informuje, o ile przeciętnie rzecz biorąc prawdopodobieństwo „przeskoczenia” jednej grupy dochodowej (prawdopodobieństwo szacowane dla takich  $i, j = 1, 2, \dots, r$ , że  $|i - j| = 2$ ) jest niższe niż prawdopodobieństwo przejścia do sąsiedniej grupy dochodowej (prawdopodobieństwo szacowane dla takich  $i, j = 1, 2, \dots, r$ , że  $|i - j| = 1$ ). Miernik ten również przyjmuje wartość z przedziału  $[0, 1]$ .

Dane pochodzące z formularzy PIT-28, PIT-36 i PIT-37 o wysokości uzyskanych przychodów za lata 2000 i 2006 obejmują tę samą zbiorowość podatników, zatem spełniają założenie, że badana zbiorowość jest stała. Na ich podstawie można wyznaczyć macierze prawdopodobieństw przejścia, a następnie oszacować mierniki stabilności dochodów. Dane pochodzące z formularzy wskazały, iż dochody podatników w badanym okresie uległy zmianom, przy czym — ogólnie rzecz biorąc — ich wysokość wzrosła.

W celu skonstruowania odpowiednich macierzy przejścia każdą spośród badanych zbiorowości podatników podzielono na 11 grup dochodowych.

**TABL. 1. PODZIAŁ NA GRUPY DOCHODOWE W ZŁ  
ZE WZGLĘDU NA RODZAJ ZEZNANIA PODATKOWEGO<sup>a</sup>**

Grupy dochodowe	PIT-28	PIT-36	PIT-37
1 .....	50000 i mniej	30000 i mniej	20000 i mniej
2 .....	50000—100000	30000— 60000	20000— 40000
3 .....	100000—150000	60000— 90000	40000— 60000
4 .....	150000—200000	90000—120000	60000— 80000
5 .....	200000—250000	120000—150000	80000—100000
6 .....	250000—300000	150000—180000	100000—120000
7 .....	300000—350000	180000—210000	120000—140000
8 .....	350000—400000	210000—240000	140000—160000
9 .....	400000—450000	240000—270000	160000—180000
10 .....	450000—500000	270000—300000	180000—200000
11 .....	powyżej 500000	powyżej 300000	powyżej 200000

<sup>a</sup> Z uwagi na występowanie różnic w wysokości dochodów osiągniętych przez podatników w zależności od składanego zeznania (najwyższymi dochodami dysponują podatnicy prowadzący działalność gospodarczą — zeznanie PIT-28, a najniższymi podatnicy składający zeznanie PIT-37), podział na grupy dochodowe również został uzależniony od rodzaju składanego formularza PIT zgodnie ze schematem przedstawionym w tabl. 1.

Ź r ó d ł o: opracowanie własne na podstawie danych urzędu skarbowego.

W oszacowanych macierzach przejścia dla podatników składających PIT-28, PIT-36 lub PIT-37 na głównej przekątnej znajduje się oszacowane prawdopodobieństwo tego, że dochody nominalne podatników nie zmieniły się istotnie<sup>3</sup>, a zatem wielkości te dotyczą tych podatników, którzy pozostali w danej grupie dochodowej. Powyżej głównej przekątnej znajduje się prawdopodobieństwo przejścia do wyższych grup dochodowych, a poniżej prawdopodobieństwo przejścia do niższych grup dochodowych.

**TABL. 2. MACIERZ PRAWDOPODOBIEŃSTWA PRZEJŚCIA PODATNIKÓW**

Grupy dochodowe w 2000 r.	Grupy dochodowe w 2006 r.										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<b>Formularz PIT-28 (dochody nominalne)</b>											
1 .....	0,912	0,056	0,000	0,014	0,000	0,004	0,000	0,004	0,004	0,000	0,007
2 .....	0,333	0,426	0,111	0,037	0,000	0,037	0,000	0,019	0,000	0,000	0,037
3 .....	0,211	0,211	0,263	0,053	0,053	0,158	0,000	0,000	0,000	0,053	0,000
4 .....	0,063	0,000	0,125	0,125	0,000	0,000	0,313	0,125	0,188	0,000	0,063
5 .....	0,000	0,333	0,000	0,167	0,167	0,167	0,000	0,000	0,000	0,000	0,167
6 .....	0,000	0,333	0,167	0,000	0,167	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,333
7 .....	0,000	0,000	0,500	0,000	0,000	0,000	0,500	0,000	0,000	0,000	0,000
8 .....	0,200	0,000	0,000	0,000	0,000	0,200	0,000	0,400	0,000	0,000	0,200
9 .....	0,000	0,000	0,250	0,000	0,250	0,250	0,000	0,000	0,000	0,000	0,250
10 .....	0,000	0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,667
11 .....	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
<b>Formularz PIT-36 (dochody nominalne)</b>											
1 .....	0,642	0,267	0,036	0,022	0,009	0,004	0,003	0,004	0,000	0,001	0,010
2 .....	0,204	0,460	0,199	0,067	0,012	0,005	0,010	0,005	0,005	0,005	0,027
3 .....	0,120	0,230	0,240	0,175	0,093	0,038	0,016	0,027	0,027	0,000	0,033
4 .....	0,153	0,139	0,236	0,153	0,125	0,056	0,042	0,000	0,000	0,000	0,097
5 .....	0,086	0,121	0,121	0,190	0,086	0,034	0,103	0,086	0,034	0,000	0,138
6 .....	0,136	0,227	0,091	0,182	0,091	0,091	0,045	0,023	0,045	0,000	0,068
7 .....	0,200	0,100	0,000	0,167	0,133	0,100	0,100	0,100	0,033	0,033	0,033
8 .....	0,182	0,121	0,061	0,061	0,182	0,061	0,061	0,030	0,030	0,030	0,182
9 .....	0,238	0,095	0,000	0,095	0,048	0,143	0,095	0,048	0,095	0,000	0,143
10 .....	0,435	0,000	0,000	0,087	0,087	0,043	0,000	0,043	0,000	0,000	0,304
11 .....	0,217	0,072	0,036	0,006	0,036	0,006	0,012	0,030	0,042	0,048	0,494
<b>Formularz PIT-37 (dochody nominalne)</b>											
1 .....	0,747	0,245	0,007	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2 .....	0,145	0,598	0,232	0,018	0,004	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
3 .....	0,067	0,310	0,378	0,175	0,047	0,018	0,002	0,001	0,000	0,002	0,001
4 .....	0,045	0,247	0,211	0,185	0,156	0,071	0,039	0,016	0,019	0,000	0,010
5 .....	0,081	0,184	0,235	0,125	0,096	0,096	0,081	0,029	0,037	0,029	0,007
6 .....	0,074	0,103	0,221	0,059	0,044	0,088	0,147	0,103	0,059	0,015	0,088
7 .....	0,000	0,073	0,098	0,049	0,171	0,122	0,195	0,024	0,024	0,073	0,171
8 .....	0,036	0,071	0,071	0,107	0,179	0,071	0,143	0,036	0,071	0,036	0,179
9 .....	0,059	0,000	0,118	0,235	0,118	0,000	0,059	0,059	0,000	0,059	0,294
10 .....	0,182	0,182	0,273	0,000	0,091	0,000	0,000	0,091	0,091	0,000	0,091
11 .....	0,079	0,079	0,132	0,105	0,000	0,053	0,132	0,026	0,079	0,000	0,316

Źródło: jak przy tabl. 1.

<sup>3</sup> Wyjątek stanowi prawdopodobieństwo  $p_{11}(t)$  odnoszące się do podatników, którzy w 2000 r. należeli do pierwszej grupy dochodowej, a w 2006 r. ich dochód spadł lub pozostał bez zmian oraz prawdopodobieństwo  $p_{1111}(t)$  z kolei odnoszące się do podatników, którzy w 2000 r. należeli do ostatniej (jedenastej) grupy dochodowej, a w 2006 r. ich dochód wzrósł lub pozostał bez zmian.

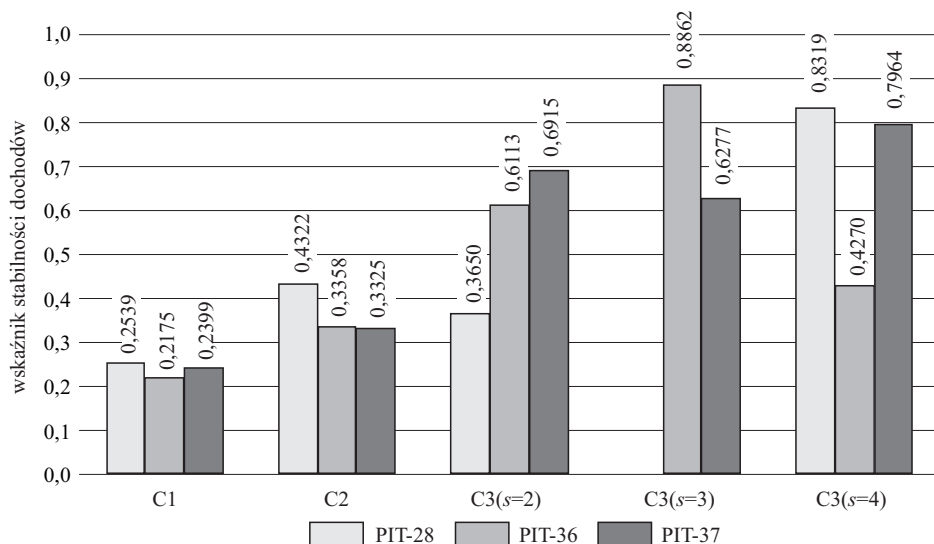
Jak można spostrzec, w każdym z analizowanych formularzy prawdopodobieństwo pozostania podatnika w pierwszej grupie dochodowej było najwyższe, co oznacza, że dochody nominalne tych podatników w 2006 r. pozostały bez zmian lub spadły w porównaniu do 2000 r. Jednocześnie najwyższe prawdopodobieństwo pozostania w tej grupie wystąpiło w przypadku podatników składających PIT-28, następnii pod tym względem byli podatnicy składający PIT-37 oraz PIT-36.

Warto podkreślić, że wraz ze wzrostem odległości pomiędzy grupami dochodowymi malało prawdopodobieństwo przejścia do wyższej grupy. Przykładowo, dla podatników składających formularz PIT-37 prawdopodobieństwo przejścia z drugiej do trzeciej grupy wyniosło  $p_{23}(t)=0,232$ , z drugiej do czwartej  $p_{24}(t)=0,018$ , z drugiej do piątej zaledwie  $p_{25}(t)=0,004$ , a już prawdopodobieństwo przejścia do grupy ósmej i wyższej było równe 0.

Interesujące jest, że wysokie prawdopodobieństwo przesunięcia się z grupy trzeciej do drugiej — świadczące o spadku dochodów — wystąpiło wśród osób pracujących i otrzymujących przychody z wynagrodzeń (PIT-37).

Równie interesujących wniosków dostarcza analiza wartości syntetycznych mierników stabilności dochodów (8), (9), (10) oszacowanych dla badanej populacji podatników.

**Wykr. 1. WARTOŚCI SYNTETYCZNYCH MIERNIKÓW STABILNOŚCI DOCHODÓW — FORMULARZE PIT-28, PIT-36, PIT-37 (dochody nominalne)**



U w a g a. Ze względu na charakter danych nie można było wyznaczyć miernika  $C_3^{(3)}$  dla dochodów podatników składających zeznanie PIT-28. Przyjęto następujące oznaczenia mierników: C1 — miernik stopnia stabilności dochodów, C2 — miernik kierunku zmian dochodów, C3 — miernik prawdopodobieństwa „przeskoczenia” grupy dochodowej dla  $s=2, 3, 4$ .

Ź r ó d ł o: opracowanie własne na podstawie danych Urzędu Skarbowego.

Wartość wskaźnika  $C_1$  wskazuje na niski stopień stabilizacji dochodów nominalnych. Największa dynamika dochodów występowała wśród podatników rozliczających się zgodnie z formularzem PIT-36, a następnie z formularzami PIT-37 i PIT-28.

Przeciętnie rzecz biorąc, istnieją większe szanse przejścia do niższej grupy dochodowej niż do wyższej (wartości wskaźnika  $C_2$  mniejsze niż 0,5 wystąpiły we wszystkich przypadkach).

Na podstawie wartości wskaźnika  $C_3^{(2)}$  można stwierdzić, że prawdopodobieństwo „przeskoczenia” jednej grupy dochodowej w przypadku podatników składających PIT-37, PIT-36 i PIT-28 były przeciętnie niższe odpowiednio o: 30,85%, 38,87% i 63,5% niż prawdopodobieństwo przejścia do sąsiedniej grupy. Oznacza to, że najmniejszymi szansami na „przeskoczenie” jednej grupy dochodowej dysponowali podatnicy składający formularz PIT-28, a największymi — PIT-37. Wartości wskaźnika  $C_3^{(3)}$  wskazują, że prawdopodobieństwo „przeskoczenia” dwóch grup dochodowych dla podatników składających zeznanie PIT-37 i PIT-36 były przeciętnie o 37,23% i 11,38% niższe niż prawdopodobieństwo „przeskoczenia” jednej grupy. Zgodnie z wartościami wskaźnika  $C_3^{(4)}$  prawdopodobieństwo „przeskoczenia” trzech grup dochodowych w przypadku podatników składających zeznanie PIT-28, PIT-36, PIT-37 było przeciętnie niższe odpowiednio o 16,81%, 57,3%, 20,36% niż prawdopodobieństwo „przeskoczenia” dwóch grup.

Warto podkreślić, że znaczną dynamikę dochodów według wskazań miernika  $C_1$  można uznać za zjawisko pozytywne w tym sensie, iż istnieje możliwość zmiany danej grupy dochodowej na wyższą. Jednak wartość miernika  $C_2$  należy już interpretować negatywnie, oznacza bowiem, że jeśli poziom dochodów nominalnych podatników w ogóle ulega zmianie, to szanse na jego spadek są większe niż na wzrost.

Jakkolwiek w badanym okresie wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych odzwierciedlający poziom inflacji kształtował się na relatywnie niskim poziomie, to wywarł on wpływ na wysokość dochodów realnych podatników. Dlatego też dochody podatników z 2006 r. zostały urealnione poprzez skorygowanie ich z wykorzystaniem indeksu jednopodstawowego o podstawie z roku 2000  $I_{2000}$ .

**TABL. 3. WSKAŹNIKI CEN TOWARÓW I USŁUG KONSUMPCYJNYCH**

Wyszczególnienie	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rok poprzedni = 100 .....	110,1	105,5	101,9	100,8	103,5	102,1	101,0
2000 = 100 .....	100,0	105,5	107,5	108,4	112,2	114,5	115,7

Źródło: opracowanie własne na podstawie publikacji *Rocznik...* (2008).

Po uwzględnieniu wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych nastąpiły zmiany zarówno w wartości prawdopodobieństwa przejścia w oszaco-

wanych macierzach przejścia, jak i w wartości syntetycznych mierników stabilności.

**TABL. 4. MACIERZ PRAWDOPODOBIEŃSTWA PRZEJŚCIA PODATNIKÓW**

Grupy dochodowe w 2000 r.	Grupy dochodowe w 2006 r.										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<b>Formularz PIT-28 (dochody realne)</b>											
1 .....	0,926	0,042	0,011	0,004	0,004	0,000	0,004	0,004	0,004	0,000	0,004
2 .....	0,463	0,333	0,074	0,037	0,019	0,019	0,019	0,000	0,000	0,000	0,037
3 .....	0,211	0,368	0,105	0,105	0,105	0,053	0,000	0,000	0,053	0,000	0,000
4 .....	0,063	0,063	0,125	0,063	0,000	0,250	0,188	0,188	0,063	0,000	0,000
5 .....	0,000	0,333	0,000	0,333	0,167	0,000	0,000	0,000	0,167	0,000	0,000
6 .....	0,000	0,333	0,167	0,167	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,333
7 .....	0,000	0,000	0,500	0,000	0,000	0,500	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8 .....	0,200	0,000	0,000	0,000	0,200	0,000	0,400	0,000	0,000	0,000	0,200
9 .....	0,000	0,000	0,250	0,000	0,500	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,250
10 .....	0,000	0,333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,667	0,000
11 .....	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
<b>Formularz PIT-36 (dochody realne)</b>											
1 .....	0,748	0,177	0,031	0,018	0,007	0,003	0,004	0,000	0,001	0,001	0,009
2 .....	0,286	0,460	0,162	0,027	0,012	0,007	0,007	0,005	0,007	0,002	0,022
3 .....	0,153	0,284	0,251	0,137	0,060	0,027	0,027	0,027	0,005	0,005	0,022
4 .....	0,167	0,264	0,139	0,194	0,097	0,042	0,000	0,000	0,000	0,014	0,083
5 .....	0,086	0,172	0,138	0,190	0,052	0,103	0,086	0,034	0,000	0,000	0,138
6 .....	0,136	0,295	0,136	0,159	0,068	0,068	0,023	0,045	0,023	0,000	0,045
7 .....	0,233	0,067	0,067	0,200	0,133	0,067	0,167	0,000	0,033	0,000	0,033
8 .....	0,182	0,182	0,030	0,091	0,182	0,061	0,030	0,061	0,000	0,030	0,152
9 .....	0,238	0,095	0,000	0,095	0,190	0,095	0,048	0,095	0,000	0,048	0,095
10 .....	0,435	0,000	0,043	0,087	0,087	0,000	0,043	0,000	0,000	0,043	0,261
11 .....	0,235	0,060	0,036	0,018	0,024	0,012	0,030	0,048	0,054	0,042	0,440
<b>Formularz PIT-37 (dochody realne)</b>											
1 .....	0,852	0,144	0,004	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2 .....	0,198	0,684	0,106	0,008	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
3 .....	0,100	0,415	0,342	0,106	0,030	0,004	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000
4 .....	0,078	0,302	0,192	0,221	0,114	0,045	0,019	0,019	0,000	0,000	0,010
5 .....	0,081	0,272	0,213	0,118	0,103	0,110	0,037	0,029	0,037	0,000	0,000
6 .....	0,074	0,147	0,206	0,059	0,088	0,118	0,162	0,044	0,029	0,015	0,059
7 .....	0,024	0,122	0,073	0,073	0,146	0,268	0,024	0,073	0,024	0,073	0,098
8 .....	0,036	0,107	0,107	0,143	0,143	0,143	0,036	0,107	0,071	0,071	0,036
9 .....	0,059	0,059	0,059	0,294	0,059	0,059	0,059	0,000	0,059	0,059	0,235
10 .....	0,182	0,364	0,091	0,091	0,000	0,000	0,091	0,091	0,000	0,000	0,091
11 .....	0,079	0,158	0,105	0,053	0,053	0,132	0,026	0,079	0,026	0,079	0,211

Źródło: jak przy tabl. 1.

Macierze prawdopodobieństwa przejścia wyznaczone dla dochodów realnych cechują się zbliżonymi własnościami do macierzy wyznaczonych dla dochodów nominalnych. Niezależnie od formularza pozostanie w pierwszej grupie docho-



dowej cechowało się największym prawdopodobieństwem. Równocześnie największe prawdopodobieństwo pozostania w tej grupie dochodowej oszacowano dla podatników rozliczających się na formularzu PIT-28, a następnie PIT-37 i PIT-36. Warto podkreślić, że stosunkowo wysokie było prawdopodobieństwo tego, że podatnicy, którzy znajdowali się w 2000 r. w drugiej grupie dochodowej pozostali w tej samej grupie również w 2006 r. Sytuacja ta wystąpiła niezależnie od rodzaju składanego formularza PIT. Jednocześnie największe szanse przejścia tej grupy do wyższej (trzeciej) grupy dochodowej mieli podatnicy wypełniający formularz PIT-36. Z kolei największe prawdopodobieństwo przesunięcia się z drugiej do niższej (pierwszej) grupy dochodowej wystąpiło wśród podatników rozliczających się na PIT-28.

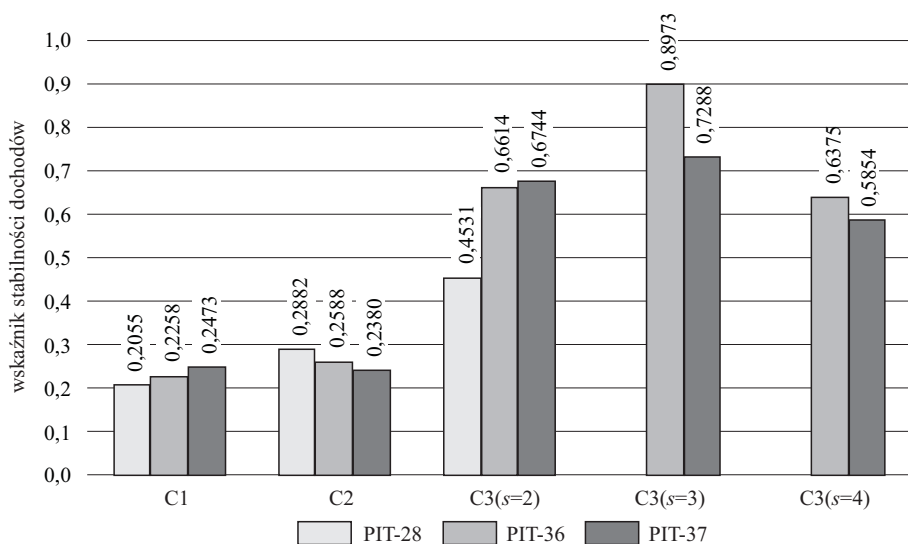
W przypadku dochodów realnych również wraz ze wzrostem odległości pomiędzy poszczególnymi grupami dochodowymi malało prawdopodobieństwo przejścia do wyższej grupy. Jednocześnie praktycznie we wszystkich badanych przypadkach prawdopodobieństwo przejścia do wyższej grupy dochodowej było niższe niż prawdopodobieństwo przejścia do niższej grupy dochodowej. Z kolei przy wzroście poziomu dochodów (w miarę przechodzenia do wyższej grupy dochodowej) prawdopodobieństwo przejścia do niższej lub wyższej grupy dochodowej również ulegało zmniejszeniu.

Na skutek urealnienia dochodów prawdopodobieństwo pozostania w tej samej grupie dochodowej ogólnie rzecz biorąc zwiększyło się w przypadku zeznań PIT-36 i PIT-37. Sytuacja ta nie była już tak wyraźna wśród podatników składających formularz PIT-28, gdzie prawdopodobieństwo to najczęściej ulegało zmniejszeniu. Nie oznacza to jednak, że omawiana grupa podatników zwiększyła swoje szanse na przejście do wyższej grupy dochodowej. Decyduje o tym przede wszystkim fakt, że poza tym, iż prawdopodobieństwo przejścia do wyższych grup było niższe niż w przypadku dochodów nominalnych, to dodatkowo nastąpił wzrost prawdopodobieństwa przejścia do niższych grup dochodowych. Znamienne jest również to, że od grupy czwartej wzwyż prawdopodobieństwo przejścia do wyższej grupy wynosiło 0. Rozważana populacja podatników w 2006 r., w porównaniu do 2000 r., miała większe szanse na spadek realnych dochodów niż na ich utrzymanie lub wzrost.

Porównując dochody nominalne i realne podatników składających PIT-36 i PIT-37 spostrzec można, że jakkolwiek prawdopodobieństwo pozostania w tej samej grupie dochodowej ogólnie rzecz biorąc zwiększyło się, to również zwiększyło się prawdopodobieństwo przejścia do niższych grup. Biorąc pod uwagę jednoczesny spadek prawdopodobieństwa przejścia do wyższych grup dochodowych oznacza to, że w przypadku dochodów realnych szanse na ich wzrost były mniejsze niż szanse na ich utrzymanie lub spadek.

Należy zauważyć, że w przypadku podatników wypełniających PIT-36 i PIT-37, którzy w 2000 r. należeli do ostatniej (jedenastej) grupy dochodowej, a w 2006 r. ich dochód wzrósł lub pozostał bez zmian, prawdopodobieństwo  $p_{1111}(t)$  uległo zmniejszeniu.

Wykr. 2. WARTOŚCI SYNTETYCZNYCH MIERNIKÓW STABILNOŚCI DOCHODÓW  
— FORMULARZE PIT-28, PIT-36, PIT-37 (dochody realne)



U w a g a. Ze względu na charakter danych nie można było wyznaczyć miernika  $C_3^{(3)}$  oraz  $C_3^{(4)}$  dla dochodów podatników składających zeznanie PIT-28. Oznaczenia mierników jak przy wykr. 1.

Ź r ó d ł o: jak przy wykr. 1.

Podobnie jak w przypadku dochodów nominalnych wartości miernika  $C_1$  wskazują na niski stopień stabilizacji dochodów. Z kolei w przeciwieństwie do dochodów nominalnych, największa dynamika dochodów realnych występowała wśród podatników rozliczających się na formularzu PIT-37, a w dalszej kolejności wśród podatników składających PIT-36 i PIT-28. Jednocześnie wśród podatników wypełniających PIT-36 i PIT-37, na skutek uwzględnienia poziomu inflacji nastąpił wzrost stopnia stabilizacji dochodów, o czym świadczy wyższa wartość miernika  $C_1$ . Jeśli chodzi o podatników rozliczających się zgodnie z formularzem PIT-28, to miernik  $C_1$  charakteryzował się niższą wartością, co świadczy o niższym stopniu stabilizacji dochodów realnych niż dochodów nominalnych.

Wartość miernika  $C_2$  mniejsza od 0,5 wystąpiła bez względu na rodzaj formularza. Co ważne, wartość tego miernika oszacowana dla dochodów realnych kształtowała się na niższym poziomie niż dla dochodów nominalnych. Oznacza to, że urealnienie dochodów w większym stopniu zwiększa szanse na przejście do niższej grupy dochodowej niż do wyższej.

Wartość miernika  $C_3^{(2)}$  wyznaczona dla dochodów realnych wskazuje, że wśród podatników składających PIT-37 szanse na „przeskoczenie” jednej grupy nieznacznie zmalały, a wśród podatników rozliczających się na PIT-36 i PIT-28

wzrosły w porównaniu do wartości miernika wyznaczonej dla dochodów nominalnych. Wyższa wartość miernika  $C_3^{(3)}$  oszacowana dla dochodów realnych niż dla dochodów nominalnych wskazuje, że prawdopodobieństwo „przeskoczenia” dwóch grup dochodowych wśród podatników składających formularze PIT-36 i PIT-37 wzrosło. Porównując natomiast wartość miernika  $C_3^{(4)}$  wyznaczoną dla dochodów realnych i nominalnych stwierdzić można, że w przypadku podatników składających PIT-37 szanse na „przeskoczenie” trzech grup zmalały, a wśród podatników składających PIT-36 — wzrosły.

### *STABILNOŚĆ DOCHODÓW A POZIOM NIERÓWNOMIERNOŚCI ROZKŁADU DOCHODÓW*

Próbując odnaleźć odpowiedź na pytanie o zależność pomiędzy poziomem stabilności dochodów a poziomem nierównomierności rozkładu dochodów można dokonać porównania wartości prawdopodobieństwa przejścia w dwóch skrajnych grupach dochodowych.

Przykładowo, w przypadku podatników składających PIT-37 oraz PIT-36, zarówno dla dochodów nominalnych jak i realnych, równoczesne występowanie wysokiego prawdopodobieństwa tego, że dochody podatników z najniższej grupy spadną lub pozostaną bez zmian ( $p_{11}(t)$ ) oraz stosunkowo wysokiego prawdopodobieństwa tego, że dochody podatników z grupy najwyższej wzrosną lub pozostaną bez zmian ( $p_{1111}(t)$ ) wydaje się mieć wpływ na wzrost nierównomierności rozkładu dochodów pomiędzy latami 2000 i 2006. Świadczy to bowiem o tym, że w 2006 r. dochody podatników o najwyższych dochodach ( $p_{1111}(t)$ ) jeszcze bardziej wzrosły lub przynajmniej pozostały na tym samym poziomie, a dochody podatników o najniższych dochodach ( $p_{11}(t)$ ) spadły lub nie zmieniły się. Taki stan rzeczy bez wątpienia może mieć wpływ na wzrost rozwarstwienia pomiędzy najlepiej i najgorzej zarabiającymi podatnikami, a co za tym idzie — na wzrost nierównomierności rozkładu dochodów w badanym okresie. Sytuacja taka miała miejsce w przypadku podatników składających PIT-37 i PIT-36.

W tym sensie stosunek prawdopodobieństwa przejścia w dwóch skrajnych grupach dochodowych:

$$m_n = \frac{p_{1111}(t)}{p_{11}(t)} \quad (11)$$

może stanowić proponowany miernik wzrostu nierównomierności rozkładu dochodów w czasie.

Można stwierdzić, że nierównomierność rozkładu prawdopodobieństwa przejścia zarówno w przypadku dochodów nominalnych, jak i realnych w badanym okresie wśród podatników składających PIT-36 była większa niż wśród podatni-

ków składających PIT-37, o czym świadczą wartości miernika  $m_n = \frac{p_{1111}(t)}{p_{11}(t)}$  przedstawione w tabl. 5.

**TABL. 5. STOSUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA PRZEJŚCIA W DWÓCH SKRAJNYCH GRUPACH DOCHODOWYCH ( $m_n$ ) — FORMULARZE PIT-36 I PIT-37**

Stosunek prawdopodobieństw przejścia $m_n$	Dochody	
	nominalne	realne
PIT-36 .....	0,77	0,59
PIT-37 .....	0,42	0,25

Źródło: jak przy tabl. 1.

Nadmienić należy, że skorygowanie dochodów o wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych spowodowało spadek poziomu nierównomierności rozkładu dochodów mierzony stosunkiem prawdopodobieństwa przejścia w dwóch skrajnych grupach dochodowych.

## Wnioski

Zastosowanie łańcuchów Markowa w badaniu stopnia stabilności dochodów podatników wykazało, że dochody te cechowały się niskim stopniem stabilności, a największa dynamika dochodów występowała wśród podatników rozliczających się zgodnie z formularzem PIT-36 (dochody nominalne) i PIT-37 (dochody realne), natomiast najniższa dynamika dotyczyła podatników składających PIT-28 (dochody nominalne i realne). Ogólnie rzecz biorąc, prawdopodobieństwo przejścia do wyższej grupy dochodowej było niższe niż prawdopodobieństwo przejścia do niższej grupy dochodowej, a wraz ze wzrostem poziomu osiągniętych dochodów, prawdopodobieństwo przejścia do niższej lub wyższej grupy dochodowej malało. Wysnuć można również ogólny wniosek, że jakkolwiek nastąpił wzrost dochodów podatników, to nie był on na tyle duży, aby było realne przejście do wyższej grupy dochodowej. Innymi słowy, pomimo wzrostu dochodów podatnicy w większej części pozostali w tej samej grupie dochodowej.

Urealnienie dochodów odgrywa znaczącą rolę w analizie stopnia stabilności dochodów. Jak ważna jest to kwestia wskazują różnice w oszacowanej wartości — zarówno prawdopodobieństwa przejścia jak i mierników stabilności dochodów — występujące pomiędzy dochodami nominalnymi i realnymi. Okazuje się, że skorygowanie dochodów wskaźnikami cen towarów i usług konsumpcyjnych powoduje, iż w większości badanych przypadków prawdopodobieństwo pozostania w tej samej grupie dochodowej wzrasta, a praktycznie we wszystkich

przypadkach prawdopodobieństwo przejścia do niższych grup dochodowych rośnie, natomiast maleje prawdopodobieństwo przejścia do wyższych grup dochodowych. Ponadto na skutek uwzględnienia poziomu inflacji nastąpił wzrost stopnia stabilizacji dochodów realnych, poza podatkami rozliczającymi się na formularzu PIT-28.

W wyniku przeprowadzonego badania zaproponowano miernik wzrostu nierównomierności rozkładu dochodów oparty na stosunku prawdopodobieństwa przejścia w dwóch skrajnych grupach dochodowych oraz wykazano, że urealnienie dochodów poprzez skorygowanie ich wskaźnikiem cen towarów i usług konsumpcyjnych istotnie wpływa na stopień stabilności dochodów oraz poziom nierównomierności rozkładu dochodów mierzony za pomocą zaproponowanego miernika.

---

**dr Robert Orpych** — Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu, Wydział Zamiejscowy w Chorzowie

#### LITERATURA

- Kordos J. (1973), *Metody analizy i prognozowania rozkładów płac i dochodów ludności*, PWE, Warszawa
- Pawłowski Z. (1969), *Ekonometria*, PWN, Warszawa
- Podgórska M., Śliwka P., Topolewski M., Wrzosek M. (2002), *Łańcuchy Markowa w teorii i zastosowaniach*, Oficyna Wydawnicza SGH
- Rocznik Statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2007* (2008), GUS

#### SUMMARY

*The paper presents the results of an empirical analysis of the stability of taxpayers' income paying in one of the Silesian tax offices. To assess the degree of income stability the Author used Markov chains. Transition probability matrix was constructed, which was used to estimate the synthetic indicator of income stability. The analysis found that the income of taxpayers were characterized by a low degree of stability. The research stated that the probability of transition to a higher income group was lower than the probability of transition to a lower income group, and with the increase in the level of income generated, the probability of transition to a lower or higher income group decreased. The Author proposed a growth measure of the income inequality distribution based on the ratio of transition probabilities in two extreme income groups.*

## РЕЗЮМЕ

*В статье представлены результаты эмпирического анализа стабильности доходов налогоплательщиков, которые рассчитываются с одним из фискальных управлений силезского воеводства. Для оценки степени стабильности этих доходов была использована цепь Маркова. Были разработаны матрицы вероятности перехода, которые использовались для оценки синтетических измерителей стабильности доходов.*

*Проведенный анализ показал, что доходы налогоплательщиков характеризовались низкой степенью стабильности. Было проверено, что вероятность перехода в группу с высшими доходами была меньше чем вероятность перехода в группу с низшими доходами, а вместе с ростом уровня получаемых доходов, вероятность перехода в группу с более низкими или более высокими доходами понижалась.*

*В статье был предложен измеритель роста неравенства распределения доходов основанный на соотношении вероятности перехода в двух крайних доходных группах.*