

**Leszek Czapiewski**

# **WYKORZYSTANIE MODELI ANALIZY DYSKRYMINACYJNEJ W OCENIE RYZYKA KREDYTOWEGO PRZEDSIĘBIORSTW**

## **1. Wstęp**

Jedną z ważniejszych sfer zarządzania kapitałem obrotowym jest polityka kredytowa przedsiębiorstwa wobec klientów. Kształt tej polityki bezpośrednio zależy od preferowanej przez kierownictwo stopy zysku oraz skłonności do ponoszenia ryzyka związanego z jej osiągnięciem<sup>1</sup>. Źródłem tego ryzyka jest niepewność, czy, a jeżeli tak, to w jakim terminie zostaną uregulowane należności. Dlatego też istotną rolę w realizacji strategii danego przedsiębiorstwa przypisuje się analizie ryzyka kredytowego kontrahentów, czyli analizie ich zdolności do wywiązywania się z zobowiązań płatniczych. Szczególnie istotne jest to w przypadku klientów mających problemy płatnicze lub podmiotów zagrożonych upadłością. Pozwala bowiem na wcześniejsze wykrycie potencjalnych problemów i poprzez zmianę zasad udzielania im kredytu kupieckiego – na ograniczenie należności nieściągalnych. Jedną z metod wykorzystywanych w analizie ryzyka kredytowego, coraz bardziej zyskującą na popularności, jest analiza dyskryminacyjna, a w szczególności bazujące na niej modele identyfikacji ryzyka upadłości przedsiębiorstw.

Celem niniejszego opracowania jest przybliżenie tematyki zastosowania tych modeli w przewidywaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw oraz próba oceny ich skuteczności na przykładzie wybranych spółek giełdowych. Tylko bowiem wysoka sprawność tych modeli w prawidłowej ocenie badanych przedsiębiorstw pozwoli na skuteczne ich wykorzystanie jako narzędzia w ocenie ryzyka kredytowego przedsiębiorstw.

## **2. Analiza dyskryminacyjna jako narzędzie klasyfikacji przedsiębiorstw**

Analiza dyskryminacyjna jest rodzajem analizy wykorzystującej analizę wskaźnikową i metody analizy statystycznej. Na podstawie danych statystycznych

---

<sup>1</sup> M. Sierpińska, D. Wędzki, *Zarządzanie płynnością finansową w przedsiębiorstwie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997, s. 146.

konstruowany jest wskaźnik syntetyczny, składający się z kilku wskaźników finansowych, którym przypisane są wagi określające znaczenie poszczególnych wskaźników cząstkowych w syntetycznej ocenie końcowej. Analiza dyskryminacyjna prowadzi zatem do redukcji zbioru wielu wskaźników finansowych do jednego, łatwo interpretowanego wskaźnika syntetycznego. Jej celem jest znalezienie takich relacji pomiędzy zmiennymi objaśniającymi, które pozwolą na rozróżnienie poszczególnych grup obiektów (np. przedsiębiorstw „bankrutów” od przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej). Na etapy budowy funkcji dyskryminacyjnej składają się<sup>2</sup>:

- wybór metody badania – może to być analiza dyskryminacyjna lub np. modele logitowe,
- wybór odpowiedniej grupy analizowanych jednostek gospodarczych, tj. niewypłacalnych oraz wypłacalnych (każda jednostka gospodarcza musi zostać zakwalifikowana do jednej z dwóch grup,
- wybór odpowiednich wielkości i/lub wskaźników diagnostycznych, tj. wskazujących na szansę dalszego istnienia lub upadłości jednostki gospodarczej,
- wyznaczenie postaci funkcji dyskryminacyjnej wraz wartościami progowymi – kryteriami podziału na jednostki gospodarcze wypłacalne i niewypłacalne,
- oszacowanie zdolności prognostycznej systemu poprzez sprawdzenie liczby błędnych klasyfikacji.

Stworzona w ten sposób funkcja dyskryminacyjna ma następującą postać:

$$Z = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n,$$

gdzie:

$Z$  – zmienna zależna (objaśniana),

$a_i$ , dla  $i = 1, 2, \dots, n$  – współczynniki dyskryminacyjne,

$a_0$  – stała,

$x_i$ , dla  $i = 1, 2, \dots, n$  – zmienne niezależne (objaśniające).

Budowa i wykorzystanie funkcji dyskryminacyjnej, np. w ocenie zagrożenia finansowego przedsiębiorstw, ma sens jedynie wtedy, gdy trafność klasyfikacji uzyskiwanych na jej podstawie jest istotnie wyższa niż w przypadku losowego przydziału obiektów do populacji. Podstawą empirycznej oceny jakości funkcji dyskryminacyjnej jest porównanie rzeczywistej przynależności obiektów tworzących próbę z ich zaklasyfikowaniem, uzyskanym na podstawie oszacowanej funkcji dyskryminacyjnej. Wylicza się więc dla każdej funkcji dyskryminacyjnej sprawność ogólną modelu, czyli jaki procent wszystkich badanych podmiotów został

---

<sup>2</sup> Więcej na temat budowy modeli analizy dyskryminacyjnej można znaleźć w pracach: D. Hałasik, *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania*, Wydawnictwo AEW Poznaniu, ZN nr 153, Poznań 1998 oraz B. Prusak, *Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw*, Difin, Warszawa 2005.

trafnie zakwalifikowany (przedsiębiorstwa w rzeczywistości „złe” zostały zakwalifikowane do modelowo „złych” oraz przedsiębiorstwa w rzeczywistości „dobre” – do modelowo „dobrych”). Oblicza się też z osobna sprawność I rodzaju, czyli odsetek przedsiębiorstw „złych” prawidłowo zakwalifikowanych, a także sprawność II rodzaju – odsetek prawidłowo zakwalifikowanych przedsiębiorstw „dobrych”:

$$\text{sprawność ogólna} = \frac{pkPZ + pkPD}{PZ + PD},$$

$$\text{sprawność I rodzaju} = \frac{pkPZ}{PZ}, \quad \text{sprawność II rodzaju} = \frac{pkPD}{PD},$$

gdzie:

$PZ$  – liczba badanych przedsiębiorstw „złych” – przedsiębiorstw zagrożonych upadłością,

$PD$  – liczba badanych przedsiębiorstw „dobrych” – przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej,

$pkPZ$  – liczba poprawnie klasyfikowanych przedsiębiorstw „złych”,

$pkPD$  – liczba poprawnie klasyfikowanych przedsiębiorstw „dobrych”.

W ocenie ryzyka kredytowego istotne jest, aby wykorzystywane modele analizy dyskryminacyjnej cechowały się jak najwyższą sprawnością I rodzaju. Błędna kwalifikacja podmiotu „złego” może doprowadzić do dużych strat wynikających z pojawienia się nieściągalnych należności, natomiast błędna kwalifikacja przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej co najwyżej przyczyni się do pojawienia się kosztów utraconych korzyści.

### 3. Wybrane polskie modele analizy dyskryminacyjnej w przewidywaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw

Poniżej przedstawionych zostanie 20 polskich modeli analizy dyskryminacyjnej, które to później, w dalszej części opracowania, zostaną poddane ocenie skuteczności<sup>3</sup>. Wszystkie prezentowane modele zostały stworzone na bazie danych pochodzących z roku poprzedzającego upadłość lub skrajne pogorszenie sytuacji finansowej. Ich zbiorcze zestawienie prezentuje poniższa tabela.

Poniżej zawarto zwięzłą charakterystykę wybranych modeli. Dla każdego modelu podano: autorów, postać funkcji dyskryminacyjnej, wartość graniczną funkcji i kierunek oceny („>”, „<”), zakres „szarej strefy” oraz dostępne informacje o próbie badawczej i poziomie sprawności modelu.

<sup>3</sup> Opis polskich modeli analizy dyskryminacyjnej oraz modeli logitowych wykorzystywanych w predykcji upadłości zawarto w pracy: B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 129–172.

**Tabela 1. Wykorzystane w badaniu modele analizy dyskryminacyjnej**

	Model	Liczba wskaźników
M-01	Model M. Pogodzińskiej i S. Sojaka	2
M-02	Model 1 J. Gajdki i T. Stosa	5
M-03	Model 2 J. Gajdki i T. Stosa	5
M-04	Model 3 J. Gajdki i T. Stosa	5
M-05	Model 4 J. Gajdki i T. Stosa	5
M-06	Model 5 J. Gajdki i T. Stosa	4
M-07	Model 1 D. Hadasik	4
M-08	Model 2 D. Hadasik	7
M-09	Model 3 D. Hadasik	6
M-10	Model 4 D. Hadasik	4
M-11	Model 5 D. Hadasik	7
M-12	Model A. Hołdy	5
M-13	Model D. Wierzby	4
M-14	Model 1 D. Appenzeller i K. Szarzec	6
M-15	Model 2 D. Appenzeller i K. Szarzec	5
M-16	Model „poznański”	4
M-17	Model 1 B. Prusaka	4
M-18	Model 2 B. Prusaka	3
M-19	Model E. Mączyńskiej i M. Zawadzkiego	4
M-20	Model J. Janka i M. Żuchowskiego	4

Źródło: Opracowanie własne.

M. Pogodzińska oraz S. Sojak jako pierwsi w Polsce w 1995 roku opracowali model analizy dyskryminacyjnej pozwalający ocenić zagrożenie finansowe przedsiębiorstw. Próba przedsiębiorstw, na podstawie której zaprojektowano model, liczyła tylko 10 przedsiębiorstw, pochodzących z byłego województwa wrocławskiego. Badane jednostki, przedsiębiorstwa przemysłowe (4 obiekty), handlowe (2 obiekty), rolnicze (2 obiekty) oraz budowlane (2 obiekty) podzielono na dwie grupy: 4 przedsiębiorstwa, które przetrwały oraz 6 przedsiębiorstw upadłych. Model ma postać<sup>4</sup>:

$$M01 = +0,644741x_1 + 0,912304x_2,$$

gdzie:

<sup>4</sup> M. Pogodzińska, S. Sojak, *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w przewidywaniu bankructwa przedsiębiorstw*, w: *AUNC, Ekonomia XXV, Zeszyt 299*, Toruń 1995, s. 57; podano za: B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 129–130.

$x_1$  – (aktywa obrotowe - zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe,  
 $x_2$  – wynik brutto/przychody ze sprzedaży,  
 punkt graniczny: 0 ( $> =$ ), strefa pośrednia  $<-0,454; 0,090>$ , sprawność ogólna modelu przy uwzględnieniu punktu granicznego równego 0 wyniosła 80% dla próby uczącej.

J. Gajdka i T. Stos w 1996 roku przedstawili dwa modele oszacowane na podstawie zróżnicowanej branżowo grupy przedsiębiorstw, składającej się z 20 przedsiębiorstw zaliczonych do tzw. jednostek „zbankrutowanych” oraz 20 tworzących grupę przedsiębiorstw „niezbankrutowanych”. Model pierwszy ma postać<sup>5</sup>:

$$M02 = +0,01935x_1 + 1,094753x_2 + 0,179052x_3 - 6,35257x_4 + 0,291098x_5,$$

gdzie:

$x_1$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,  
 $x_2$  – zobowiązania uprzywilejowane/zobowiązania ogółem,  
 $x_3$  – przychody netto ze sprzedaży/suma bilansowa (wartość średnia w roku),  
 $x_4$  – wynik netto/suma bilansowa (wartość średnia w roku),  
 $x_5$  – (wynik netto + amortyzacja)/przychody netto ze sprzedaży,  
 punkt graniczny: +0,494549 ( $<$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 82,5 % (sprawność I rodzaju = 90%, sprawność II rodzaju = 75%).

Model drugi ma postać<sup>6</sup>:

$$M03 = +0,017803x_1 + 0,588694x_2 + 0,138657x_3 - 4,31026x_4 - 0,01038x_5 + 0,437449,$$

gdzie:

$x_1$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,  
 $x_2$  – zobowiązania ogółem/suma bilansowa,  
 $x_3$  – przychody netto ze sprzedaży/suma bilansowa (wartość średnia w roku),  
 $x_4$  – wynik netto/suma bilansowa (wartość średnia w roku),  
 $x_5$  – (wynik netto + odsetki)/przychody netto ze sprzedaży,  
 punkt graniczny: +0,432589 ( $<$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 85% (sprawność I rodzaju = 90%, sprawność II rodzaju = 80%).

<sup>5</sup> J. Gajdka, D. Stos, *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej do badania podatności przedsiębiorstwa na bankructwo*, w: *Przedsiębiorstwo na rynku kapitałowym*, red. J. Duraj, Konferencja Naukowa Łódź – Bukowina Tatrzańska, czerwiec 1996, Wydawnictwo UŁ, Łódź 1996, s. 145, podano za: B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 131.

<sup>6</sup> Ibidem, s. 146.

W tym samym roku, kontynuując badania nad prognozowaniem zagrożenia finansowego przedsiębiorstw, autorzy przedstawili kolejne dwa modele. Tak jak poprzednio próba badawcza składała się z 40 przedsiębiorstw, z których 20 zaliczono do grupy bankrutów, a 20 do grupy przedsiębiorstw niezagrażonych upadłością. Dokonano jednak wyboru próby przedsiębiorstw niezagrażonych bankrutem spośród notowanych na giełdzie przedsiębiorstw z branży przemysłowej, budowlanej i handlowej. Model trzeci ma postać<sup>7</sup>:

$$M04 = +0,20098985x_1 + 0,0013027x_2 + 0,7609754x_3 + 0,9659628x_4 - 0,341096x_5,$$

gdzie:

$x_1$  – przychody netto ze sprzedaży/suma bilansowa (wartość średnia w roku),

$x_2$  – zobowiązania krótkoterminowe (wartość średnia w roku) · 365/koszt wytworzenia produkcji sprzedanej,

$x_3$  – wynik netto/suma bilansowa (wartość średnia w roku),

$x_4$  – wynik brutto/przychody netto ze sprzedaży,

$x_5$  – zobowiązania ogółem/aktywa,

punkt graniczny: +0,44 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 82,5% (sprawność I rodzaju = 70%, sprawność II rodzaju = 95%).

Model czwarty ma postać<sup>8</sup>:

$$M05 = -0,0856425x_1 + 0,000774x_2 + 0,9220985x_3 + 0,6535995x_4 - 0,594687x_5 + 0,7732059,$$

gdzie:

$x_1$  – przychody netto ze sprzedaży/suma bilansowa (wartość średnia w roku),

$x_2$  – zobowiązania krótkoterminowe (wartość średnia w roku) · 365/koszt wytworzenia produkcji sprzedanej,

$x_3$  – wynik netto/suma bilansowa (wartość średnia w roku),

$x_4$  – wynik brutto/przychody netto ze sprzedaży,

$x_5$  – zobowiązania ogółem/suma bilansowa,

punkt graniczny: +0,45 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 92,5% (sprawność I rodzaju = 85%, sprawność II rodzaju = 100%).

---

<sup>7</sup> J. Gajdka, D. Stos, *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw*, w: *Restrukturyzacja w procesie przekształceń i rozwoju przedsiębiorstw*, red. R. Borowiecki, Wydawnictwo AE w Krakowie, Kraków 1996, s. 61, podano za: B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 131.

<sup>8</sup> Ibidem, s. 62.

W następnych latach opracowano kolejny model, służący do oceny przedsiębiorstw notowanych na GPW. Powstał on na bazie próby 34 przedsiębiorstw z branży przemysłu lekkiego, metalowego, chemicznego, handlu, usług oraz transportu. W grupie tej 17 przedsiębiorstw zaliczono do jednostek zagrożonych upadkiem oraz pozostałych 17 do przedsiębiorstw zdrowych. Model piąty ma postać<sup>9</sup>:

$$M06 = -0,0005x_1 + 2,0552x_2 + 1,7260x_3 + 0,1155x_4,$$

gdzie:

$x_1$  – zobowiązania krótkoterminowe (wartość średnia)/koszt wytworzenia produkcji sprzedanej,

$x_2$  – wynik netto/suma bilansowa (wartość średnia),

$x_3$  – wynik brutto/przychody netto ze sprzedaży,

$x_4$  – suma bilansowa/zobowiązania ogółem,

punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), strefa pośrednia  $<-0,49; 0,49>$ , sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 100%.

Bardzo duży wkład naukowy w rozwój wiedzy o przewidywaniu upadłości przedsiębiorstw w warunkach polskich wniosła w 1998 roku D. Hadasik w swojej pracy habilitacyjnej. Autorka przedstawiła w niej 9 modeli zbudowanych za pomocą liniowej wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej na podstawie próby wielkopolskich przedsiębiorstw o różnej strukturze własności (w tym większość przedsiębiorstw państwowych oraz spółki z o.o., a także spółki akcyjne i spółdzielnie). Poniżej przedstawionych zostanie pięć modeli charakteryzujących się sprawnością ogólną dla próby uczącej powyżej 93%. Dwa pierwsze z nich zbudowano na podstawie próby 22 bankrutów i 22 przedsiębiorstw niezagrażonych upadkiem, zaś 3 kolejne na podstawie próby 22 bankrutów i 39 przedsiębiorstw niezagrażonych upadkiem. Model pierwszy ma postać<sup>10</sup>:

$$M07 = -2,50761x_1 + 0,00141147x_2 - 0,00925162x_3 + 0,0233545x_4 + 2,60839,$$

gdzie:

$x_1$  – zobowiązania ogółem/suma bilansowa,

$x_2$  – należności  $\cdot$  365/przychody ze sprzedaży,

$x_3$  – zapasy  $\cdot$  365/przychody ze sprzedaży,

<sup>9</sup> J. Gajdka, D. Stos, *Ocena kondycji finansowej polskich spółek publicznych w okresie 1998–2001*, w: *Czas na pieniądź. Zarządzanie finansami. Mierzenie wyników i wycena przedsiębiorstw*, t. 1, red. D. Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2003, s. 156–157, podano za: B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 133.

<sup>10</sup> D. Hadasik, *Upadłość przedsiębiorstw*, op.cit., s. 153.

$x_4$  – wynik netto/zapasy,

punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 93,18% (sprawność I rodzaju = 95,45%, sprawność II rodzaju = 90,91%).

Model drugi ma postać<sup>11</sup>:

$$M08 = +0,703585x_1 - 1,2966x_2 - 2,21854x_3 + 1,52891x_4 + \\ + 0,00254294x_5 - 0,0140733x_6 + 0,0186057x_7 + 2,76843,$$

gdzie:

$x_1$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_2$  – (aktywa obrotowe – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_3$  – zobowiązania ogółem/suma bilansowa,

$x_4$  – kapitał pracujący/suma bilansowa,

$x_5$  – należności · 365/przychody ze sprzedaży,

$x_6$  – zapasy · 365/przychody ze sprzedaży,

$x_7$  – wynik netto/zapasy,

punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 95,45% (sprawność I rodzaju = 90,91%, sprawność II rodzaju = 100%).

Model trzeci ma postać<sup>12</sup>:

$$M09 = +0,365425x_1 - 0,765526x_2 - 2,40435x_3 + 1,59079x_4 \\ + 0,00230258x_5 - 0,0127826x_6 + 2,36261,$$

gdzie:

$x_1$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_2$  – (aktywa obrotowe – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_3$  – zobowiązania ogółem/suma bilansowa,

$x_4$  – kapitał pracujący/suma bilansowa,

$x_5$  – należności · 365/przychody ze sprzedaży,

$x_6$  – zapasy · 365/przychody ze sprzedaży,

punkt graniczny: -0,374345 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 95,08% (sprawność I rodzaju = 90,91%, sprawność II rodzaju = 97,44%).

Model czwarty ma postać<sup>13</sup>:

$$M10 = -2,62766x_1 + 0,0013463x_2 - 0,00922513x_3 + 0,0272307x_4 + 2,41753,$$

<sup>11</sup> D. Hadasik, *Upadłość*, op.cit., s. 154.

<sup>12</sup> Ibidem, s. 157.

<sup>13</sup> Ibidem, s. 158.



gdzie:

$x_1$  – zobowiązania ogółem/suma bilansowa,

$x_2$  – należności · 365/przychody ze sprzedaży,

$x_3$  – zapasy · 365/przychody ze sprzedaży,

$x_4$  – wynik netto/zapasy,

punkt graniczny:  $-0,354915$  ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 93,44% (sprawność I rodzaju = 95,45%, sprawność II rodzaju = 92,31%).

Model piąty ma postać<sup>14</sup>:

$$M_{11} = +0,335969x_1 - 0,71245x_2 - 2,4716x_3 + 1,46434x_4 + \\ + 0,00246069x_5 - 0,0138937x_6 + 0,0243387x_7 + 2,59323,$$

gdzie:

$x_1$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_2$  – (aktywa obrotowe - zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_3$  – zobowiązania ogółem/suma bilansowa,

$x_4$  – kapitał pracujący/suma bilansowa,

$x_5$  – należności · 365/przychody ze sprzedaży,

$x_6$  – zapasy · 365/przychody ze sprzedaży,

$x_7$  – wynik netto/zapasy,

punkt graniczny:  $-0,42895$  ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 96,72% (sprawność I rodzaju = 95,45%, sprawność II rodzaju = 97,44%).

W roku 2001 A. Hołda zbudował model za pomocą liniowej wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej na podstawie próby 80 dobranych branżowo przedsiębiorstw (40 uznanych za bankrutów i 40 niezagrażonych bankructwem). Model ma postać<sup>15</sup>:

$$M_{12} = +0,681x_1 - 0,0196x_2 + 0,00969x_3 + 0,000672x_4 + 0,157x_5 + 0,605,$$

gdzie:

$x_1$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe [razy],

$x_2$  – [zobowiązania ogółem/suma bilansowa] · 100% [%],

$x_3$  – [wynik netto/suma bilansowa (wartość średnia)] · 100% [%],

$x_4$  – {średnioroczne zobowiązania krótkoterminowe/(koszt sprzedanych produktów, towarów, materiałów + koszty sprzedaży + koszty ogólnozakładowe)} · 360 [dni],

<sup>14</sup> D. Hadasik, *Upadłość*, op.cit., s. 159.

<sup>15</sup> A. Hołda, *Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej* ZH, „Rachunkowość” 2001, nr 5, s. 308.

$x_5$  – przychody ze sprzedaży/suma bilansowa (wartość średnia) [razy],  
punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), strefa pośrednia  $<-0,3;0,1>$ . Sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 92,5%.

D. Wierzba w 2000 roku przedstawił model zbudowany na próbie 48 przedsiębiorstw (24 bankrutów oraz przyporządkowanym im 24 przedsiębiorstwom niezagrożonym upadkiem). Model ma postać<sup>16</sup>:

$$M13 = +3,26x_1 + 2,16x_2 + 0,69x_3 + 0,3x_4,$$

gdzie:

$x_1$  – (wynik z działalności operacyjnej – amortyzacja)/suma bilansowa,  
 $x_2$  – (wynik z działalności operacyjnej – amortyzacja)/przychody ze sprzedaży,  
 $x_3$  – kapitał pracujący/suma bilansowa,  
 $x_4$  – aktywa obrotowe/zobowiązania ogółem,  
punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 92% (sprawność I rodzaju = 92%, sprawność II rodzaju = 92%).

W 2004 roku D. Appenzeller, korzystając ze swojego wcześniejszego doświadczenia, zaprezentowała wraz z K. Szarzec dwa modele oceny zagrożenia finansowego spółek notowanych na GPW. Modele opracowano na podstawie próby 68 spółek giełdowych (34 spółek zaklasyfikowanych do grupy przedsiębiorstw zagrożonych upadkiem i 34 spółek w dobrej kondycji). Model pierwszy ma postać<sup>17</sup>:

$$M14 = +1,286x_1 - 1,305x_2 - 0,226x_3 + 3,015x_4 - 0,005x_5 - 0,009x_6 - 0,661,$$

gdzie:

$x_1$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,  
 $x_2$  – (aktywa obrotowe – zapasy – należności krótkoterminowe)/zobowiązania krótkoterminowe,  
 $x_3$  – wynik brutto/przychody ze sprzedaży,  
 $x_4$  – wynik netto/średnia wartość aktywów,  
 $x_5$  – (wartość średnia zapasów/przychody ze sprzedaży) – liczba dni,  
 $x_6$  – zobowiązania i rezerwy na zobowiązania/[(wynik operacyjny + amortyzacja) · (12/okres obrachunkowy)],

<sup>16</sup> D. Wierzba, *Wczesne wykrywanie przedsiębiorstw zagrożonych upadłością na podstawie analizy wskaźników finansowych – teoria i badania empiryczne*, ZN nr 9, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Ekonomiczno-Informatycznej w Warszawie, Warszawa 2000, s. 94, podano za: B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 138.

<sup>17</sup> D. Appenzeller, K. Szarzec, *Prognozowanie zagrożenia upadłością polskich spółek publicznych*, „Rynek Terminowy” 2004, nr 1, s. 126.

punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 85,29% (sprawność I rodzaju = 85,29%, sprawność II rodzaju = 85,29%).

Model drugi ma postać<sup>18</sup>:

$$M15 = +0,819x_1 + 2,567x_2 - 0,005x_3 - 0,0095x_4 + 0,0006x_5 - 0,556,$$

gdzie:

$x_1$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_2$  – wynik operacyjny/przychody ze sprzedaży,

$x_3$  – (wartość średnia zapasów/przychody ze sprzedaży) · liczba dni,

$x_4$  – zobowiązania i rezerwy na zobowiązania / [(wynik operacyjny + amortyzacja) · (12/okres obrachunkowy)],

$x_5$  – rotacja należności + rotacja zapasów (w dniach),

punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 88,23% (sprawność I rodzaju = 85,29%, sprawność II rodzaju = 91,18%).

W 2003 roku opracowany został przez trzysobowy zespół (M. Hamrol, B. Czajka i M. Piechocki) model predykcji upadłości na podstawie próby 100 polskich pozafinansowych spółek prawa handlowego. Model ma postać<sup>19</sup>:

$$M16 = +3,562x_1 + 1,588x_2 + 4,288x_3 + 6,719x_4 - 2,368,$$

gdzie:

$x_1$  – wynik finansowy netto/suma bilansowa,

$x_2$  – (aktywa obrotowe – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_3$  – kapitał stały/suma bilansowa,

$x_4$  – wynik ze sprzedaży/przychody ze sprzedaży,

punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 96%.

B. Prusak w 2005 roku przedstawił dwa modele oceniające zagrożenie upadłością, zbudowane na podstawie próby kilkudziesięciu przedsiębiorstw. Model pierwszy ma postać<sup>20</sup>:

$$M17 = +6,5245x_1 + 0,1480x_2 + 0,4061x_3 + 2,1754x_4 - 1,5685,$$

gdzie:

$x_1$  – wynik z działalności operacyjnej/wartość średnia sumy bilansowej,

<sup>18</sup> D. Appenzeller, K. Szarzec, *Prognozowanie zagrożenia*, op.cit., s. 128.

<sup>19</sup> M. Hamrol, *Prognozowanie upadłości przedsiębiorstwa – model „poznański” analizy dyskryminacyjnej*, „Plus” kwiecień 2004, nr 28.

<sup>20</sup> B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 151.

$x_2$  – koszty operacyjne (bez pozostałych kosztów operacyjnych)/wartość średnia zobowiązań krótkoterminowych bez funduszy specjalnych i krótkoterminowych zobowiązań finansowych,

$x_3$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,

$x_4$  – wynik z działalności operacyjnej/przychody netto ze sprzedaży,

punkt graniczny:  $-0,13$  ( $\geq$ ), strefa pośrednia:  $\langle -0,13; 0,65 \rangle$ , sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 100% (sprawność I rodzaju = 100%, sprawność II rodzaju = 100%).

Model drugi ma postać<sup>21</sup>:

$$M18 = +6,9973x_1 + 0,1191x_2 + 0,1932x_3 - 1,1760,$$

gdzie:

$x_1$  – wynik z działalności operacyjnej/wartość średnia sumy bilansowej,

$x_2$  – koszty operacyjne (bez pozostałych kosztów operacyjnych)/wartość średnia zobowiązań krótkoterminowych bez funduszy specjalnych i krótkoterminowych zobowiązań finansowych,

$x_3$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,

punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ), sprawność ogólna modelu dla próby uczącej wyniosła 97,14% (sprawność I rodzaju = 98,57%, sprawność II rodzaju = 97,86%).

E. Mączyńska i M. Zawadzki w 2000 roku przedstawili model predykcji upadłości. Model ma postać<sup>22</sup>:

$$M19 = +9,498x_1 + 3,566x_2 + 2,903x_3 + 0,452x_4 - 1,498,$$

gdzie:

$x_1$  – wynik z działalności operacyjnej/suma bilansowa,

$x_2$  – kapitał własny/suma bilansowa,

$x_3$  – (wynik netto + amortyzacja)/zobowiązania ogółem,

$x_4$  – aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,

punkt graniczny: 0 ( $\geq$ ).

Ostatnim omawianym modelem jest model zaprezentowany w 2000 roku przez J. Jankę i M. Żuchowskiego. Powstał na bazie 50 przedsiębiorstw (25 zagrożonych upadłością i 25 w dobrej kondycji finansowej). Model ma postać<sup>23</sup>:

<sup>21</sup> B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 151.

<sup>22</sup> M. Pieńkowska, *Przewidywanie kryzysu*, „Nowe Życie Gospodarcze” 3 lipca 2004, nr 13/374, s. 5, podano za: B. Prusak, *Nowoczesne metody*, op.cit., s. 161.

<sup>23</sup> J. Janek, M. Żuchowski, *Analiza dyskryminacyjna i jej zastosowania w ekonomii*, Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000; podano za: P. Mierze-

$$M20 = +3,247x_1 - 2,778x_2 - 1,834x_3 + 2,141x_4,$$

gdzie:

$x_1$  – wynik z działalności operacyjnej/suma bilansowa,

$x_2$  – zapasy/przychody ze sprzedaży,

$x_3$  – (kapitał obcy – środki pieniężne)/przychody ze sprzedaży,

$x_4$  – przychody ze sprzedaży w okresie  $t$  – przychody ze sprzedaży w okresie poprzednim  $t-1$ ,

punkt graniczny:  $-0,509$  ( $\geq$ ).

#### 4. Weryfikacja modeli analizy dyskryminacyjnej w prawidłowej klasyfikacji upadłych przedsiębiorstw

Omawiane powyżej modele poddano ocenie ich sprawności I rodzaju, czyli zweryfikowano, w jakim stopniu poszczególnym modelom udaje się trafnie kwalifikować przedsiębiorstwa będące w rzeczywistości zagrożone upadłością jako przedsiębiorstwa modelowo „złe”. Jako próbą walidacyjną (służącą do weryfikacji sprawności I rodzaju) posłużono się grupą spółek notowanych na GPW, które to w latach 2000–2003 upadły bądź miały poważne problemy finansowe (zawarły układ z wierzycielami lub dokonały restrukturyzacji zobowiązań publicznoprawnych). Grupa ta umniejszona została o spółki prowadzące działalność finansową (analizowane modele zbudowane zostały dla spółek niefinansowych) oraz wykluczone zostały spółki, dla których, ze względu na brak danych, nie można było wyliczyć wszystkich potrzebnych wskaźników w okresach poprzedzających upadłość. Ostateczna liczebność ukształtowała się na poziomie 48 spółek.

Dla wszystkich spółek wyliczono 38 wskaźników finansowych występujących w 20 omawianych modelach analizy dyskryminacyjnej. Wartości tych wskaźników wyliczone zostały w roku poprzedzającym upadłość, a także w okresie na dwa i trzy lata przed upadłością. Do ich wyliczenia wykorzystano nieskonsolidowane dane finansowe spółek publicznych z lat 1997–2003, z bazy danych Notoria Serwis. Następnie na ich podstawie wyliczono wartości syntetycznych wskaźników modeli oraz oszacowano sprawność I stopnia poszczególnych modeli, czyli umiejętność poprawnej kwalifikacji badanych spółek do grupy spółek upadłych.

Wyniki tak dokonanej oceny przedstawia tabela 2 (kolumna: 1 rok). Oczywiście dobór badanych spółek mógł mieć pewien wpływ na uzyskane rezultaty, ale przypomnieć należy, że tylko 2 modele: model 1 i 2 D. Appenzeller i K. Szarzec zbudowane zostały w odniesieniu do spółek giełdowych, wszystkie pozostałe bazowały

na przedsiębiorstwach nienotowanych na giełdzie. Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że w zdecydowanej większości modeli sprawność I rodzaju w okresie na rok przed upadłością była na wysokim poziomie. W 12 modelach przekroczyła poziom 75% a w 7 modelach znalazła się powyżej 90%, co gwarantuje przydatność tych modeli w poprawnej kwalifikacji przedsiębiorstw. Najlepsze rezultaty uzyskał model 2 J. Gajdki i T. Stosa (sprawność I rodzaju na poziomie 97,92%), modele B. Prusaka (sprawność I rodzaju na poziomie 95,83%) oraz model 1 D. Appenzeller i K. Szarzec (sprawność I rodzaju również na poziomie 95,83%). Zupełnie nienadającym się do praktycznego stosowania okazał się model M. Pogodzińskiej i S. Sojaka (sprawność I rodzaju na poziomie 6,25%). Modele „giełdowe” – model 1 i 2 D. Appenzeller – uzyskały sprawność I rodzaju odpowiednio na poziomie 95,83% i 89,58%, co pozwoliło na ich pozytywną weryfikację.

**Tabela 2. Sprawność I rodzaju badanych modeli na rok przed upadłością (w %)**

	<b>Model</b>	<b>-1 rok</b>
M-01	Model M. Pogodzińskiej i S. Sojaka	6,25
M-02	Model 1 J. Gajdki i T. Stosa	91,67
M-03	Model 2 J. Gajdki i T. Stosa	97,92
M-04	Model 3 J. Gajdki i T. Stosa	66,67
M-05	Model 4 J. Gajdki i T. Stosa	72,92
M-06	Model 5 J. Gajdki i T. Stosa	79,17
M-07	Model 1 D. Hadasik	56,25
M-08	Model 2 D. Hadasik	68,75
M-09	Model 3 D. Hadasik	66,67
M-10	Model 4 D. Hadasik	56,25
M-11	Model 5 D. Hadasik	66,67
M-12	Model A. Hołdy	87,50
M-13	Model D. Wierzby	93,75
M-14	Model 1 D. Appenzeller i K. Szarzec	95,83
M-15	Model 2 D. Appenzeller i K. Szarzec	89,58
M-16	Model „poznański”	81,25
M-17	Model 1 B. Prusaka	95,83
M-18	Model 2 B. Prusaka	95,83
M-19	Model E. Mączyńskiej i M. Zawadzkiego	91,67
M-20	Model J. Janka i M. Żuchowskiego	83,33

Źródło: Opracowanie własne.

Na rok przed upadłością zastosowanie modeli w zdecydowanej mierze pozwoliło na trafną kwalifikację spółek. Czy można jednak zastosować te modele z więk-

szym wyprzedzeniem czasowym? Aby znaleźć odpowiedź, oszacowano przydatność opisywanych modeli na dwa lata przed upadłością oraz na trzy lata przed upadłością i porównano stabilność wskazań sprawności I rodzaju. Wyniki prezentuje tabela 3.

**Tabela 3. Sprawność I rodzaju badanych modeli na rok, 2 oraz 3 lata poprzedzające upadłość (w %)**

	Model	-1 rok	-2 lata	-3 lata
M-01	Model M. Pogodzińskiej i S. Sojaka	6,25	2,08	0,00
M-02	Model 1 J. Gajdki i T. Stosa	91,67	95,83	87,50
M-03	Model 2 J. Gajdki i T. Stosa	97,92	97,92	93,75
M-04	Model 3 J. Gajdki i T. Stosa	66,67	64,58	56,25
M-05	Model 4 J. Gajdki i T. Stosa	72,92	79,17	87,50
M-06	Model 5 J. Gajdki i T. Stosa	79,17	35,42	20,83
M-07	Model 1 D. Hadasik	56,25	20,83	18,75
M-08	Model 2 D. Hadasik	68,75	22,92	14,58
M-09	Model 3 D. Hadasik	66,67	27,08	16,67
M-10	Model 4 D. Hadasik	56,25	20,83	18,75
M-11	Model 5 D. Hadasik	66,67	20,83	18,75
M-12	Model A. Hołdy	87,50	54,17	20,83
M-13	Model D. Wierzby	93,75	79,17	54,17
M-14	Model 1 D. Appenzeller i K. Szarzec	95,83	85,42	31,25
M-15	Model 2 D. Appenzeller i K. Szarzec	89,58	79,17	39,58
M-16	Model „poznanski”	81,25	33,33	16,67
M-17	Model 1 B. Prusaka	95,83	87,50	77,08
M-18	Model 2 B. Prusaka	95,83	93,75	83,33
M-19	Model E. Mączyńskiej i M. Zawadzkiego	91,67	70,83	43,75
M-20	Model J. Janka i M. Żuchowskiego	83,33	60,42	62,50

Źródło: Opracowanie własne.

Najlepsze rezultaty i największą stabilność wskazań generuje model 2 J. Gajdki i T. Stosa – sprawność I rodzaju na poziomie 97,92% na rok i dwa lata przed upadłością oraz 93,75% na trzy lata przed upadłością. Trochę gorszymi wskazaniami wykazał się model 1 tego samego autorstwa (odpowiednio 91,67%, 95,83%, 87,50%) oraz model 1 i 2 B. Prusaka (odpowiednio 95,83%, 87,50%, 77,08% dla pierwszego i 95,83%, 93,75%, 83,33% dla drugiego modelu). Pewną ciekawostką jest coraz wyższa sprawność modelu 4 J. Gajdki i T. Stosa przy cofaniu się w czasie z klasyfikacją (sprawność I rodzaju na poziomie 72,92%, 79,19%, 87,50%). Niestety, pozostałe modele nie są w stanie skutecznie z tak dużym 3-letnim wyprzedzeniem wychwycić zagrożenie upadłością (na 20 modeli aż 12 modeli ma sprawność

I rodzaju na poziomie poniżej 50%), co przy takim wyprzedzeniu czasowym eliminuje je z możliwości praktycznego wykorzystania.

## **5. Zakończenie**

Modele oceny zagrożenia finansowego przedsiębiorstw mogą znaleźć zastosowanie w wielu obszarach. Jednym z nich, jak ukazano w opracowaniu, jest możliwość ich wykorzystania w ocenie ryzyka kredytowego. Skuteczna identyfikacja kontrahentów z „grupy ryzyka”, czyli przedsiębiorstw zagrożonych upadłością za pomocą modeli analizy dyskryminacyjnej, pozwoli niewątpliwie na osiągnięcie wymiernych korzyści związanych z ograniczeniem poziomu przeterminowanych i nieściągalnych należności. Wykorzystanie tych modeli jest proste, a wnioski płynące z ich wskazań są w miarę obiektywne. Oczywiście nie są one idealne i pozbawione jakichkolwiek wad. W swojej konstrukcji nie uwzględniają wszystkich zmiennych mogących mieć wpływ na działalność przedsiębiorstwa i w pewnych sytuacjach, być może, nie wychwycą istniejącego zagrożenia. Jak jednak wynika z opracowania, ich wysoka sprawność w identyfikowaniu zagrożenia, często na poziomie powyżej 90%, świadczy o bardzo dużych możliwościach ich wykorzystania w praktyce.

### **USING MULTIPLE DISCRIMINANT ANALYSIS MODELS TO ASSES CORPORATE CREDIT RISK**

#### **Summary**

Customer credit risk analysis is the key point in trade credit policy of any company. One of the most popular methods of credit risk analysis is credit scoring, for example Z-score models based on multiple discriminant analysis. The aim of this article is to take a closer look at such models used to assess creditworthiness of customers and to predict their potential bankruptcy. To this end a set of 20 Polish Z-score models were analysed to verify their efficiency in predicting bankruptcy of selected Polish public companies.