Maciej K. Dudek
Szkoła Główna Handlowa

WPŁYW SKŁONNOŚCI DO KONSUMPCJI NA PKB W DŁUGIM I KRÓTKIM OKRESIE

Streszczenie: Teoria ekonomii traktuje zazwyczaj zjawiska wzrostu długookresowego i cyklu koniunkturalnego jako rozłączne. W szczególności rola, jaką teoria przypisuje zmianom w skłonności do konsumpcji, nie jest jednoznaczna. W modelach skupionych na horyzoncie krótkim zazwyczaj uzyskuje się wynik, że wzrost skłonności do konsumpcji może być postrzegany jako czynnik prorozwojowy wpływający pozytywnie na PKB. Z drugiej zaś strony w modelach odnoszących się do zjawisk długookresowych wzrost skłonności do konsumpcji wpływa negatywnie na proces akumulacji kapitału, a przez to na poziom PKB. Celem artykułu jest analiza wpływu zmian w skłonności do konsumpcji na PKB w modelu zunifikowanym obejmującym zarówno procesy krótkookresowe, jak i zjawiska długookresowe. W szczególności pokazano, że pozytywne innowacje w skłonności do konsumpcji mają dodatni wpływ na PKB zarówno w okresie krótkim, jak i długim, a także że stymulowanie konsumpcji nie tylko może służyć jako narzędzie do walki z ujemnymi fazami cyklu koniunkturalnego, ale też może być ważnym instrumentem polityki zorientowanej na stymulację potencjału w okresie długim.

Słowa kluczowe: skłonność do konsumpcji, PKB, krótki i długi okres, bezpieczne aktywo.

Wprowadzenie

Od zakończenia drugiej wojny światowej teoria Keynesa zyskała sobie uznanie zarówno w kręgach akademickich, jak i ośrodkach kształtujących politykę gospodarczą. Nawet dzisiaj gdy do gry zaprzęgnięto formalne narzędzia matematyczne uwidocznione na przykład w modelu autorstwa Smetsa i Woutersa [Smets i Wouters 2007] ciągle przebija się rozróżnienie na okresy długi i krótki. Konsekwencją tego jest konieczność rozróżniania i identyfikacji sił rządzących gospodarką w okresach długim i krótkim. Zazwyczaj opis gospodarki w długim okresie jest prosty i *de facto* sprowadza się do uznania, że strona podażowa jest głównym determinantem alokacji w długim okresie. Natomiast zakłada się, że w krótkim okresie to popyt decyduje o kształcie alokacji. Co więcej, nie da się ukryć, że niemal sześćdziesięcioletnie równanie

$$C = c_0 + c_1 Y \tag{1}$$

ciągle dominuje w myśleniu profesji jako właściwy opis zachowania w okresie krótkim. Konsekwencją tego równania między innymi są proste efekty mnożnikowe, które prowadzą do konkluzji, że zmiany w krańcowej skłonności do konsumpcji z dochodu wpływają na wielkość dochodu. W szczególności wysoka skłonność do konsumpcji sprawia, że PKB jest wysoki. Niestety tak uproszczone analizy zaniedbują fakt, że w powyższym rozumowaniu strona podażowa jest traktowana jako dana, co powoduje, iż są ignorowane negatywne efekty wzrostu konsumpcji na potencjał produkcyjny w długim okresie. Naturalnie nasuwa to konieczność budowy modeli, przykładem może być wspomniany wcześniej model Smetsa i Woutersa, które równocześnie opisują okresy krótki oraz długi i w sposób spójny opisują wszystkie efekty zmian krańcowej skłonności do konsumpcji. Niemniej jednak taki opis gospodarki musi prowadzić do logicznej konkluzji, że poprawa koniunktury w okresie krótkim musi odbijać się negatywnie na długookresowym trendzie. Jak w związku z tym rozumieć entuzjastyczne nastawienie ekonomistów oraz decydentów politycznych do pozytywnych informacji na temat zachowań konsumentów wyrażanych w takich indeksach jak Michigan Consumer Idex czy tez niemiecki wskaźnik koniunktury IFO? Czyż nie powinnyśmy być raczej zaniepokojeni, gdy konsumenci zwiększają wydatki? Przecież wzrost wydatków musi prowadzić do spadku potencjału w długim okresie. Naturalnie jedną z możliwych propozycji, która mogłaby posłużyć wyjaśnieniu obserwowanego zjawiska, jest założenie, że konsumenci są nie do końca racjonalni, a decydenci polityczni mają inne cele aniżeli maksymalizacja dobrobytu społecznego. Niestety założenie braku racjonalności jest nie tylko niezgodne z paradygmatem racjonalności powszechnie przyjmowanym w literaturze, ale także jest nielogiczne, gdyż nie można zakładać, że nieracjonalni konsumenci delegowaliby politykę gospodarczą do racjonalnych decydentów, dużo bardziej prawdopodobne jest, iż decydenci byliby raczej obrazem konsumentów.

W niniejszym artykule podejmujemy próbę opisu sytuacji, w której konsumenci mają możliwość racjonalnej zmiany skłonności do oszczędzania, której efektem jest zmiana wielkości bieżącego i przyszłego poziomu PKB, przy czym kierunek zmian jest w obu przypadkach identyczny. Należy podkreślić, że nasze wytłumaczenie będzie się opierało na elementarnych własnościach podstawowych modeli. W szczególności wykażemy, że wzrost konsumpcji prowadzący do wzrostu PKB w okresie bieżącym będzie prowadził równocześnie do wzrostu PKB w długim okresie. Innymi słowy, naszym celem jest pokazanie, że racjonalność nie wyklucza równoczesnego stymulowania PKB zarówno w długim okresie, jak i krótkim poprzez zmiany skłonności do konsumpcji.

1. Rola stopy oszczędności w podstawowych modelach

W sekcji tej przedstawiamy wpływ zmian stopy oszczędności/skłonności do konsumpcji na alokacje, jaki występuje w standardowych modelach. Nasz wybór modeli jest dyktowany ich powszechnością oraz prostotą. Ponadto uważamy, że dokonany wybór modeli pozwala na szczególnie dogodne przedstawienie niespójności istniejących percepcji co do roli stopy oszczędności z powszechnie znanym stanowiskiem teoretycznym.

1.1. Model Solowa

Od ponad 50 lat model Solowa pomimo swoich istotnych ułomności jest kanonicznym narzędziem do prowadzenia analiz zjawisk makroekonomicznych w długim okresie. Naszym doraźnym celem jest przytoczenie opisu wpływu stopy oszczędności na alokacje w długim okresie.

Zakładając, że zagregowana funkcja produkcji dana jest przez

$$Y = K^{\alpha} (AL)^{1-\alpha}, \tag{2}$$

można model Solowa w swojej standardowej postaci scharakteryzować za pomocą następującego równania dynamicznego:

$$k = sk^{\alpha} - (n + g + \delta)\, k, \tag{3}$$

gdzie:

s – stopa oszczędności,

$n = \frac{\dot{L}}{L}$ – tempo wzrostu populacji,

δ – stopa deprecjacji kapitału fizycznego,

$n = \frac{\dot{A}}{A}$ – tempo postępu technologicznego.

Naturalnie, zmienna $k = \frac{K}{AL}$ ujmuje zasób kapitału fizycznego na efektywnego pracownika.

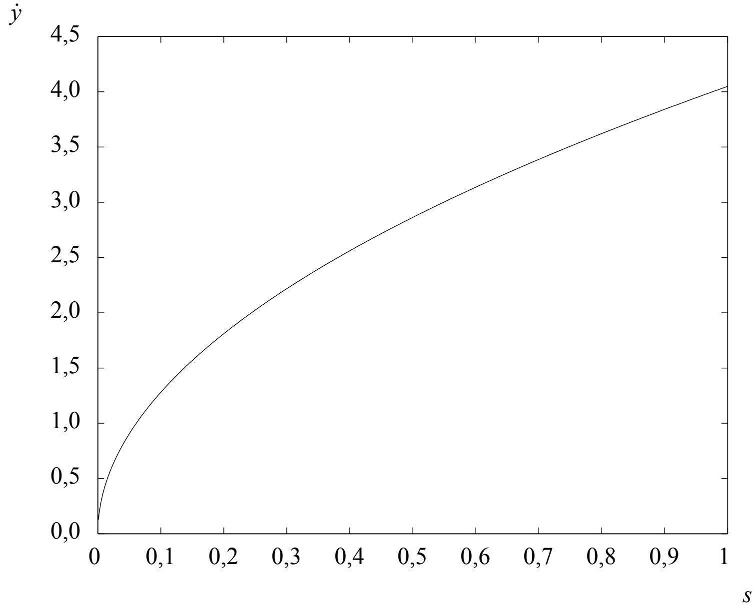
Powszechnie wiadomo, że tak opisany model charakteryzuje się niezdegenerowanym stanem ustalonym, w którym wartość kapitału na efektywnego pracownika dana jest przez

$$k^* = \left(\frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \tag{4}$$

Powyższa formuła jednoznacznie implikuje, że wielkość kapitału w długim okresie rośnie wraz ze wzrostem stopy oszczędności. Podobnie dochód na efektywnego pracownika dany wzorem

$$y = \frac{Y}{AL} = \left(\frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \tag{5}$$

jednoznacznie rośnie wraz ze wzrostem s. Zależność ta jest zilustrowana na rysunku 1.



Rys. 1. Zależność dochodu w długim okresie w zależności od stopy oszczędności dla $\alpha = \frac{1}{3}$, n = 0,001, g = 0,01, i δ = 0,05

Zatem model Solowa implikuje, że wzrost skłonności do konsumpcji, spadek s, niesie jednoznacznie negatywne implikacje w stosunku do wielkości dochodu na efektywnego pracownika w długim okresie. Oznacza to, że stymulowanie konsumpcji musi się skończyć obniżeniem wielkości dochodu w długim okresie oraz zwykle, pod warunkiem że s pozostanie mniejsze od α, obniżeniem standardu życia w długim okresie. Nie możemy więc uznać, że w kontekście modelu Solowa jest pożądane stymulowanie konsumpcji. Innymi słowy, model Solowa nie może stanowić podstawy do racjonalizacji obserwowanych zachowań ze strony decydentów gospodarczych, które często sprowadzają się do aktywnej stymulacji popytu konsumpcyjnego oraz zazwyczaj witają z entuzjazmem wszelkie sygnały świadczące o wzmaganiu się skłonności do konsumpcji.

Podsumowując, model Solowa jest skrajnie sprzeczny z czysto stosowaną praktyką i nie może stanowić teoretycznej podstawy dla polityki gospodarczej mającej na celu stymulacje popytu konsumpcyjnego. Wręcz przeciwnie, model Solowa implikuje zazwyczaj, pod warunkiem że $s < \alpha$, iż stymulacja popytu konsumpcyjnego musi wiązać się ze spadkiem dobrobytu w długim okresie.

1.2. Modele ISLM/ASAD

Model Solowa dostarcza jednoznacznej odpowiedzi co do wpływu stopy oszczędności na poziom dochodu na efektywnego pracownika w długim okresie. Niestety model Solowa nie znajduje tak oczywistego zastosowania do opisu zjawisk krótkookresowych. W celu analizy roli skłonności do konsumpcji w krótkim okresie posłużymy się modelami typu ISLM/ASAD. W najprostszym, książkowym ujęciu model ISLM możemy opisać równaniami

$$Y = c_0 + c_1 (1 - \tau) Y - di + G, \tag{6}$$

$$\frac{M}{P} = aY - bi, \tag{7}$$

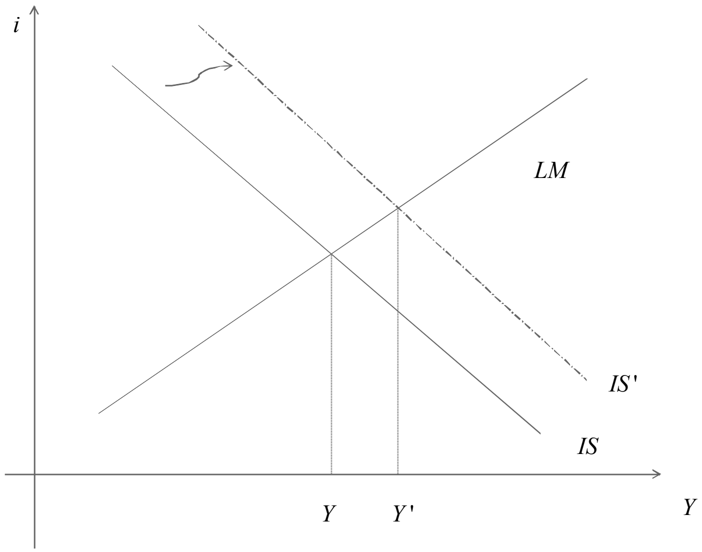
gdzie c_1 oznacza krańcową skłonność do konsumpcji z dochodu. Elementarne manipulacje algebraiczne pozwalają na wyznaczenie wielkości dochodu

$$Y = \frac{bc_0 + bG + d\frac{M}{P}}{b\big(1 - c_1(1-\tau)\big) + da}. \tag{8}$$

Wpływ krańcowej skłonności do konsumpcji na wielkość dochodu w tym przypadku jest jednoznaczny, gdyż mamy

$$\frac{\partial Y}{\partial c_1} = \frac{\left(bc_0 + bG + d\frac{M}{P}\right) b(1-\tau_1)}{\left(b\big(1 - c_1(1-\tau)\big) + da\right)^2} > 0. \tag{9}$$

Zatem w modelu ISLM wzrost skłonności do konsumpcji prowadzi do wzrostu dochodu. Efekt ten ilustruje rysunek 2.



Rys. 2. Wpływ wzrostu skłonności do konsumpcji na PKB

Należy podkreślić, że otrzymany wynik stosuje się tylko i wyłącznie w krótkim okresie.

Model ASAD, który można zsumaryzować równaniem (8) oraz w najprostszej postaci następującym równaniem:

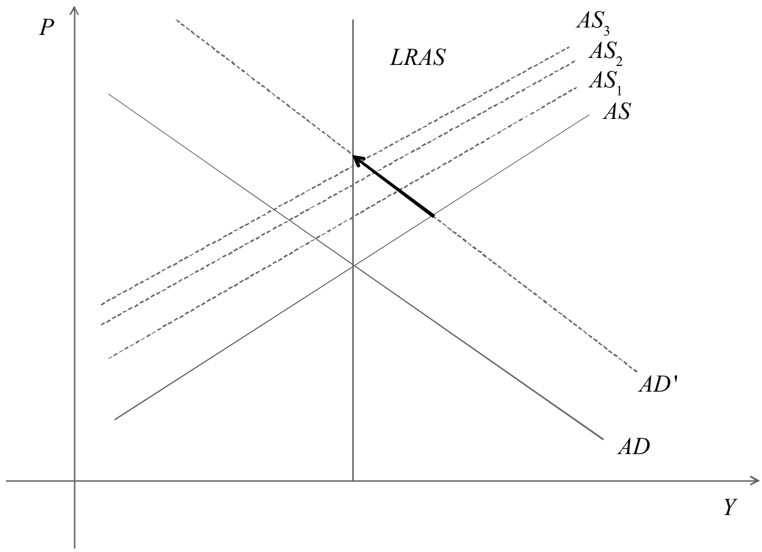
$$Y = \overline{Y}\frac{P}{P^e} \tag{10}$$

uzupełnionym o regułę formowania oczekiwań, na przykład przybierającą postać

$$P_{t+1}^e = P_t. \tag{11}$$

Model ASAD pozwala na określenie roli zmiany skłonności do konsumpcji w okresach krótkim i średnim. Ewolucje zmian dochodu przedstawia rysunek 3.

Ewidentnie, podobnie jak w modelu ISLM, mamy do czynienia z dodatnim wpływem wzrostu skłonności do konsumpcji na poziom dochodu w krótkim



Rys. 3. Wpływ wzrostu skłonności do konsumpcji na PKB w modelu ASAD

okresie oraz z brakiem oddziaływania takich zmian na poziom dochodu w średnim okresie[1].

Podsumowując, elementarne modele, abstrahując od ich ułomności, nie dają zunifikowanego obrazu wpływu zmienności skłonności do konsumpcji na poziom PKB. Modele te zazwyczaj pokazują dodatnie efekty w krótkim okresie oraz negatywne w długim okresie. Otrzymane predykcje elementarnych modeli sugerują istnienie drugiego problemu. W szczególności modele te ujawniają, że w najlepszym wypadku stymulacja popytu konsumpcyjnego może prowadzić do wzrostu dobrobytu w krótkim okresie przy jednoczesnym pogorszeniu dobrobytu w długim okresie. Nasuwa to elementarne pytania o zasadności tego typy postępowania. Czy decydenci, którzy decydują się na stymulacje popytu, muszą kierować się argumentami umocowanymi w teorii ekonomii politycznej? Czy może tez istnieje inne wytłumaczenie tego typu poczynań?

W dalszej części artykułu podejmujemy dwa wyzwania. Naszym celem jest ujecie problemu w zunifikowanym modelu, który zarówno odnosi się do okresu krótkiego, jak i długiego. Dodatkowo staramy się wyjaśnić, dlaczego stymulacja popytu może być pożądana zarówno z perspektywy okresu krótkiego, jak i długiego.

[1] Należy podkreślić, że wzrost konsumpcji *de facto* prowadzi do negatywnej zmiany w $\overline{Y}$, gdyż wzrost konsumpcji *ex defitione* jest równoważny ze spadkiem akumulacji kapitału fizycznego. Efekt ten nie jest modelowany *explicite* w modelu ASAD. Ujęcie tego dodatkowego efektu prowadzi do konkluzji analogicznej do otrzymanej w modelu Solowa.

2. Model

Nasze wyniki są otrzymane w najprostszym modelu równowagi ogólnej. W szczególności stronę konsumenta modelujemy na podstawie modelu Diamonda [1965]. Zakładamy, że w każdym okresie kohorta miary jeden jest urodzona oraz że preferencje pojedynczej osoby urodzonej w okresie t są reprezentowane za pomocą następującej funkcji użyteczności:

$$U(c_{1t}, c_{2t+1}) = \log(c_{1t}) + \log(c_{2t+1}), \tag{12}$$

gdzie c_{1t} oznacza wielkość konsumpcji w pierwszym okresie życia, a c_{2t+1} wielkość konsumpcji w drugim okresie. Naturalnie konsument urodzony w okresie t jest związany następującymi ograniczeniami budżetowymi:

$$p_t^y c_{1t} + s_t = w_t L, \tag{13}$$

$$p_{t+1}^o c_{2t+1} = R_{t+1} s_t + \pi_{t+1}, \tag{14}$$

gdzie:

p_t^y – wartość jednostki konsumpcji konsumowanej przez osobę młodą w okresie t,

p_{t+1}^o – cena jednostki konsumpcji konsumowanej przez osobę starą w okresie t+1,

w_t – wynagrodzenie otrzymywane w okresie t,

π_{t+1} – zyski uzyskiwane w okresie drugim,

R_{t+1} – zwrot brutto na oszczędnościach,

s_t – sama wielkość oszczędności poczynionych w okresie t,

L – zasób siły roboczej w okresie t.

Tak zdefiniowany od strony konsumenta model ma bardzo proste rozwiązanie. Maksymalizacja użyteczności (12) przy danych ograniczeniach budżetowych (13) i (14) implikuje następującą wielkość oszczędności w okresie t:

$$s_t = \frac{1}{2}\left(w_t - \frac{\pi_{t+1}}{R_{t+1}}\right). \tag{15}$$

Strona podażowa gospodarki, pomimo że ujmuje wielostopniowy proces produkcji, jest także bardzo prosta. W pierwszym kroku kapitał fizyczny oraz praca są łączone za pomocą następującej funkcji produkcji:

$$Q = K + L \tag{16}$$

w dobro pośrednie określane mianem *czynnika*. Dodatkowo zakładamy, że czynnik jest sprzedawany na rynkach doskonale konkurencyjnych, a praca i kapitał są wynajmowane na rynkach doskonale konkurencyjnych, co implikuje, że w równowadze mamy

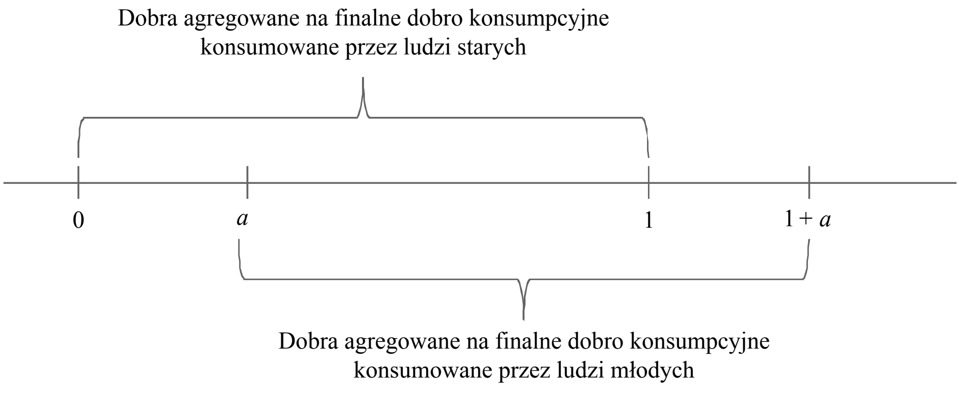
$$p_t^{cz} = w_t = r_t, \tag{17}$$

gdzie:

p_t^{cz} – cena jednostki *czynnika*,
w_t – płaca za jednostkę pracy,
r_t – koszt wynajmu jednostki kapitału w okresie t.

W następnej kolejności *czynnik* jest przekształcany w dobra pośrednie. Zakładamy, że w okresie t istnieje nieskończenie wiele miar $1 + a$ dóbr pośrednich. W kolejnym kroku dobra pośrednie są przekształcane w finalne dobra konsumpcyjne konsumowane w okresie t.

Założenia naszego modelu implikują, że w dowolnym punkcie w czasie mamy do czynienia z dwiema różnymi kohortami; kohorta ludzi młodych oraz kohorta ludzi starych. W naszym modelu przyjmujemy, że preferencje ludzi starych różnią się od preferencji ludzi młodych. Przyjmujemy, że w procesie agregacji dóbr pośrednich na finalne dobro konsumpcyjne konsumowane przez ludzi starych biorą udział tylko i wyłącznie dobra pośrednie indeksowane liczbami z przedziału $[0, 1]$. Równocześnie zakładamy, że w procesie agregacji dóbr pośrednich na finalne dobro konsumpcyjne konsumowane przez ludzi starych biorą udział tylko i wyłącznie dobra pośrednie indeksowane liczbami z przedziału $[a, 1+a]$. Nasze założenia ilustruje rysunek 4.



Rys. 4. Diagram ilustrujący proces agregacji

Sam proces agregacji w przypadku dobra finalnego konsumowanego przez ludzi starych przyjmuje postać

$$c_{2t} = \left(\int_0^1 c_i^{\gamma} di \right)^{\frac{1}{\gamma}}. \tag{18}$$

Proces agregacji w przypadku dobra finalnego konsumowanego przez ludzi młodych przyjmuje analogiczną postać

$$c_{1t} = \left(\int_a^{1+a} c_i^{\gamma} di \right)^{\frac{1}{\gamma}}. \tag{19}$$

W dalszej części bodziemy zakładać, za Shleiferem [Shleifer 1986], że γ jest bliskie 0.

Założenie, że dobra pośrednie używane w procesie agregacji różnią się w zależności od typu konsumenta, jest kluczowym założeniem w naszym modelu. Motywujemy je nieformalną obserwacją, że w rzeczywistości zbiory dóbr konsumpcyjnych konsumowanych przez różne pokolenia nie są tożsame. Co więcej istnieją dobra, które w przeszłości cieszyły się uznaniem ludzi młodych, a obecnie nie znajdują popytu ze strony ludzi młodych. Anegdotycznym przykładem może być popyt na stroje wykonane przez firmę Levi's. W poprzednim pokoleniu był on znaczny wśród ludzi młodych, a obecnie młodzi ludzie stronią od strojów Levi'sa, a przywdziewają produkty firmy GAP. Chcąc ująć ten proces pokoleniowej zmiany preferencji, przyjmujemy, że zbiory dóbr pośrednich, z których dokonujemy agregacji, nie są tożsame dla różnych pokoleń.

Od strony technicznej wyobrażamy sobie, że co okres pojawia się zbiór miary a dóbr pośrednich indeksowanych liczbami z przedziału $[1, 1+a]$, które są w wyłącznej gestii zainteresowania ludzi młodych. Co więcej, zakładamy, że ze zbioru wszystkich dóbr pośrednich będących przedmiotem zainteresowania ludzi starych, indeksowanych liczbami z przedziału $[0, 1]$, ułamek a traci zainteresowanie ludzi starych, dobra są indeksowane liczbami z przedziału $[0, a]$, a pozostałe liczby, indeksowane liczbami z przedziału $[a, 1]$ pozostają przedmiotem zainteresowania ludzi młodych. W dowolnym momencie mamy więc do czynienia z sytuacją, w której dobra z przedziału $[0, a]$ są konsumowane tylko i wyłącznie przez ludzi starych, dobra z przedziału $[a, 1]$ są konsumowane zarówno przez ludzi starych, jak i młodych, a dobra z przedziału $[1, 1+a]$ są konsumowane tylko i wyłącznie przez ludzi młodych.

Przyjmujemy, że każde z dóbr pośrednich, które pojawia się na rynku, może być wytwarzane z *czynnika* za pomocą następującej funkcji produkcji:

$$c_i = q, \tag{20}$$

gdzie:

q – liczba sztuk użytego *czynnika*,

c_i – liczba sztuk wyprodukowanego dobra pośredniego typu $i \in [0, 1+a]$.

Innymi słowy, przyjmujemy, że wszystkie dobra mogą być wytwarzane za pomocą ogólnie dostępnej liniowej funkcji produkcji przetwarzającej jednostkę *czynnika* w jednostkę dobra pośredniego typu $i \in [0, 1+a]$.

Dodatkowo przyjmujemy, podążając za Matsuyama i Shleiferem [Matsuyama 1999; Shleifer 1986], że istnieją potencjalni wynalazcy, którzy mogą uzyskać dostęp do bardziej wydajnej technologii

$$c_i = Aq, \tag{21}$$

gdzie $A > 1$, pod warunkiem że uprzednio opłaca koszt R&D w wysokości F jednostek *czynnika*. Dodatkowo przyjmujemy, że możliwość podejmowania czynności typu R&D dotyczy tylko „nowych" dóbr pośrednich, indeksowanych liczbami z przedziału $[1, 1+a]$. Odwołując się do Matsuyamy [1999], ponownie przyjmujemy, że gdy dana bardziej wydajna technologia do produkcji dobra i zostanie wynaleziona w danym okresie, wówczas może być używana powszechnie do produkcji tegoż dobra w kolejnych okresach.

Jeżeli nie dojdzie do wynalezienia technologii opisanej równaniem (21), to zawsze do produkcji danego dobra pośredniego jest używana tylko i wyłącznie technologia opisana równaniem (20), przekształcająca jednostkę *czynnika* w jednostkę dobra pośredniego. Oznacza to, że w takim wypadku, przy założeniu iż $\gamma \to 0$, cena danego dobra pośredniego jest równa kosztowi krańcowemu i dana jest wzorem

$$p_{t,i} = p_t^{cz}. \tag{22}$$

Naturalnie w takim wypadku zyski generowane przez producenta wynoszą zero.

Gdy w okresie t dojdzie do poniesienia kosztów wynalezienia technologii opisanej równaniem (21), wtedy, ponownie przy założeniu że $\gamma \to 0$, cena danego dobra w okresie, w którym wynalazek nastąpił wynosi

$$p_{t,i} = p_t^{cz}. \tag{23}$$

to znaczy jest równa także cenie jednostki *czynnika*. Wynik ten jest na pierwszy rzut oka zaskakujący, gdyż technologia opisana równaniem (21) jest bardziej efektywna aniżeli opisana równością (20). Monopolista dysponujący bardziej efektywną technologią powinien wyznaczyć cenę, która maksymalizuje jego zyski, która w naszym kontekście dana literalnie jest wzorem

$$p_{t,i}^{M} = \frac{p_t^{cz}}{\gamma A}.$$

Sytuacja taka nie występuje, gdyż zgodnie z założeniem jest tylko jeden producent, który poniósł koszt wynalezienia technologii opisanej równaniem (21), ale musi on brać pod uwagę fakt, że inne podmioty mogą wejść na ten sam rynek, stosując ogólnie dostępną technologię opisaną równaniem (20). Zatem wynalazca nowej technologii musi[2] użyć strategii polegającej na wystawieniu ceny, która wyeliminuje konkurencje z rynku, czyli cenę równą kosztowi krańcowemu konkurencji. Stąd równanie (23) musi być w równowadze spełnione. Należy jednocześnie podkreślić, że wynalazca nowej technologii potrzebnej do produkcji dobra pośredniego *de facto* wygeneruje zysk, po uwzględnieniu kosztów wynalazku F w okresie t, dany następującym wyrażeniem

$$\pi_t^i = \left(1 - \frac{1}{A}\right) c_{i,t}\, p_t^{cz} - F p_t^{cz}, \tag{24}$$

gdzie $c_{i,t}$ oznacza popyt na dobro i w okresie t.

Przyjmujemy za Matsuyamą [1999], że dana technologia, która została raz użyta, staje się dobrem publicznym. Jeżeli dana technologia opisana równaniem (21) zostaje wynaleziona w okresie t, to w kolejnych okresach mogą używać jej wszystkie inne podmioty, co oznacza, że cena dobra pośredniego i w kolejnych okresach będzie dana wzorem (dla $\tau > t$),

$$p_{\tau,i} = \frac{1}{A} p_\tau^{cz}, \tag{25}$$

to jest będzie równa kosztowi krańcowemu.

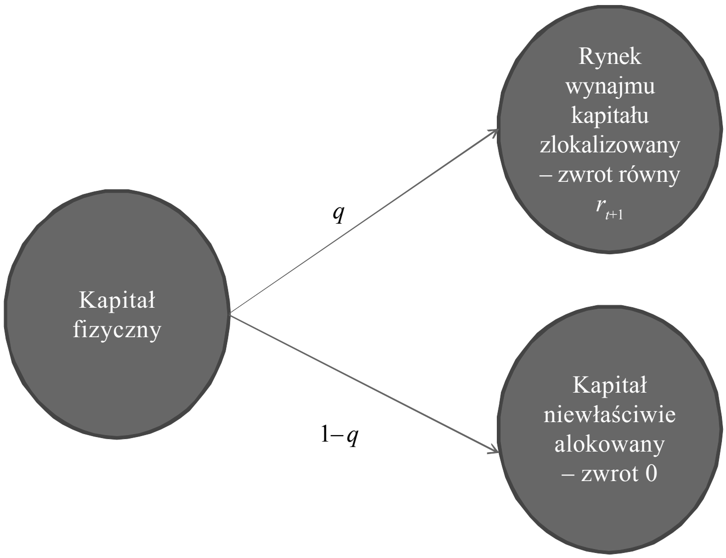
3. Równowaga

Celem tej sekcji jest opis różnych typów równowagi, jakie mogą zaistnieć w modelu oraz charakterystyka ich podstawowych własności. Dla ułatwienia manipulacji algebraicznych oraz w celu uniknięcia rozwiązań brzegowych przyjmujemy, że stopa deprecjacji wynosi 1, więc w każdym okresie mamy

$$\delta = 1. \tag{26}$$

[2] Porównaj z argumentem Shleifera [Shleifer 1986].

Dodatkowo przyjmujemy, że kapitał fizyczny, stanowiący nieskonsumowaną część wydatków konsumpcyjnych ludzi młodych w poprzednim okresie, jest instrumentem ryzykownym. Przyjmujemy, że dana jednostka kapitału w okresie t jest inwestowana właściwie z szansą q i przynosi rynkowy zwrot r_{t+1} oraz jest niewłaściwie alokowana z szansą $1-q$ i przynosi zwrot równy 0. Założenie to jest zilustrowane na rysunku 5.



Rys. 5. Charakterystyka ryzyka kapitału

Z założeń wynika, że oczekiwany zwrot brutto z inwestycji w kapitał fizyczny z perspektywy okresu t wynosi

$$R^K_{t,t+1} = q\frac{r_{t+1}}{p^y_t}. \tag{27}$$

Przyjmujemy, że poza kapitałem fizycznym istnieje jeszcze inne aktywo emitowane przez rząd, które jest całkowicie bezpieczne. Aktywo to jest określane mianem obligacji i ma charakter obligacji jednookresowej. Niech cena sprzedaży obligacji w okresie t wynosi P^S_t, a cena wykupu w okresie $t+1$ niech będzie dana przez P^W_{t+1}. Oczekiwany zwrot z inwestycji w obligacje jednookresowe wynosi

$$R^B_{t,t+1} = \frac{P^W_{t+1}}{p^S_t}. \tag{28}$$

Przyjmując, że indywidualne ryzyko związane z inwestycją w kapitał fizyczny jest dywersyfikowane[3], w równowadze musimy narzucić warunek braku arbitrażу, tj.

$$R^K_{t,t+1} = R^B_{t,t+1}, \tag{29}$$

co jest oczywiście równoważne wyrażeniu

$$q\frac{r_{t+1}}{p^y_t} = \frac{P^W_{t+1}}{p^S_t}. \tag{30}$$

Niech B_t oznacza liczbę obligacji emitowanych przez rząd w okresie t. Przyjmując, że rząd nie generuje popytu na dobra produkowane w gospodarce oraz że rząd opodatkowuje dochody z pracy stopa τ_t, możemy zapisać następujące ograniczenie budżetowe:

$$P^W_t B_{t-1} = \tau_t w_t L + P^S_t B_t, \tag{31}$$

które iterowane o jeden okres do przodu przyjmuje postać

$$P^W_{t+1} B_t = \tau_{t+1} w_{t+1} L + P^S_{t+1} B_{t+1}. \tag{32}$$

Zanim przejdziemy do opisu równowagi, wprowadzamy następującą notację, która ułatwi dalsza ekspozycje. Niech β_t oznacza ułamek dochodu netto przeznaczany na oszczędności przez ludzi młodych. Niech μ_t oznacza ułamek oszczędności przeznaczanych na zakup aktywów bezpiecznych (obligacji rządowych). Przyjmijmy, że

$$z_t = \beta_t u_t \tag{33}$$

oznacza ułamek dochodu netto ludzi młodych przeznaczony na zakup obligacji. Wielkość deficytu budżetowego względem ogółu wydatków w okresie t jest równa

$$\rho_t = \frac{P^S_t B_t}{\tau_t w_t L + P^S_t B_t}, \tag{34}$$

co pozwala na wyrażenie samego deficytu jako

$$P^S_t B_t = \frac{\rho_t}{1-\rho_t}\tau_t w_t L. \tag{35}$$

[3] Przypadek braku możliwości dywersyfikacji jest rozważony w dalszej części artykułu.

3.1. Równowaga bez R&D

Opis potencjalnej równowagi zaczniemy od prezentacji równowagi, w której nigdy nie dochodzi do podjęcia czynności o charakterze R&D. Innymi słowy, w tejże równowadze w każdym okresie jest dostępna tylko jedna technologia do produkcji dóbr pośrednich; technologia opisana równaniem (20). Wynika to z tego, że brak podejmowania czynności typu R&D nie pozwala na zapoznanie się z technologią opisaną przez równanie (21). Zgodnie z założeniem ułamek *a* dóbr jest konsumowany przez stare pokolenie, ale jest także konsumowany przez pokolenie młodych, a to oznacza, że ze względu na prawo wielkich liczb w długim okresie w każdym sektorze produkującym dobra pośrednie będzie wykorzystywana tylko i wyłącznie technologia opisana równaniem (20).

Brak czynności typu R&D nie tylko nie zezwala na użycie technologii opisanej przez równanie (20), ale także implikuje, że w gospodarce nie będą się materializowały zyski, gdyż produkcja wszędzie odbywa się przy użyciu technologii produkcji o stałych korzyściach skali, a sprzedaż odbywa się na rynkach doskonale konkurencyjnych. Oznacza to, że przyjmując niemożność dywersyfikacji ryzyka związanego z inwestycjami w kapitał fizyczny problem konsumenta urodzonego w okresie t można zapisać jako

$$\max_{\{s_t,\,\mu_t\}} U(c_{1t}, c_{2t+1}) = \log(c_{1t}) + E_t \log(c_{2t+1}), \tag{36}$$

pod warunkiem że

$$p_t^y c_{1t} + s_t = (1 - \tau_t)\, w_t L, \tag{37}$$

$$s_t = p_t^y K_{t+1} + P_t^S B_t, \tag{38}$$

$$p_{t+1}^o c_{2t+1} = r_{t+1} K_{t+1} + P_{t+1}^W B_t, \tag{39}$$

gdzie oczywiście zgodnie z definicja mamy

$$\mu_t s_t = P_t^S B_t, \tag{40}$$

$$(1 - \mu_t) s_t = p_t^y K_{t+1}. \tag{41}$$

Jak widać, konsument urodzony w okresie t ma efektywnie dwa problemy do rozwiązania. Musi zdecydować o wielkości oszczędności s_t, a następnie musi zdecydować, jak wybraną wielkość oszczędności alokować pomiędzy dostępne aktywa. Innymi słowy, musi racjonalnie zdecydować o kompozycji swojego portfela inwestycyjnego. Okazuje się, że z perspektywy czysto matematycznej oba problemy mają bardzo proste rozwiązania. W szczególności mamy

$$s_t = \frac{1}{2}(1-\tau_t)w_t L, \tag{42}$$

co oznacza, że stopa oszczędności w tym wypadku wynosi

$$\beta_t = \frac{1}{2}. \tag{43}$$

Optymalne rozwiązanie problemu kompozycji jest także bardzo proste. Ułamek oszczędności inwestowany w obligacje rządowe dany jest wzorem

$$\mu_t = \frac{1-q}{1-\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}\cdot\frac{p_t^y}{r_{t+1}}}. \tag{44}$$

W celu dopełnienia opisu równowagi wyraźmy wyrażenie

$$H_{t,t+1} = \frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}\cdot\frac{p_t^y}{r_{t+1}} \tag{45}$$

za pomoce innych wartości, innych zmiennych endogenicznych oraz parametrów modelu.

Zauważmy, że $H_{t,\,t+1}$ może być zapisane jako

$$H_{t,t+1} = \frac{P_{t+1}^W B_t}{P_t^S B_t}\cdot\frac{p_t^y}{r_{t+1}}. \tag{46}$$

Zgodnie z równaniami (40), (42), (43) i (32) mamy

$$P_t^S B_t = \mu_t s_t = \mu_t \beta_t (1-\tau_t) w_t L,$$
$$P_{t+1}^W B_t = \tau_{t+1} w_{t+1} L + P_{t+1}^S B_{t+1},$$

co pozwala na wyrażenie $H_{t,\,t+1}$ jako

$$H_{t,t+1} = \frac{\tau_{t+1} w_{t+1} L + \mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1}) w_{t+1} L}{\mu_t \beta_t (1-\tau_t) w_t L}\cdot\frac{p_t^y}{r_{t+1}}. \tag{47}$$

Wiemy, że w równowadze zawsze mamy $r_{t+1} = w_{t+1}$, równanie (17). Ponadto wiemy, że gdy wszystkie dobra pośrednie indeksowane liczbami z przedziału $[a, 1+a]$ (używane w procesie agregacji dobra finalnego konsumowanego przez ludzi młodych) produkowane są przy użyciu technologii opisanej przez (20), wtedy cena dobra konsumpcyjnego konsumowanego przez ludzi młodych dana jest wzorem

$$p_t^y = p_t^{cz} = w_t. \tag{48}$$

Powyższe zależności pozwalają na wyrażenie $H_{t,\,t+1}$ jako

$$H_{t,t+1} = \frac{\tau_{t+1} + \mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1})}{\mu_t\beta_t(1-\tau_t)}. \tag{49}$$

Zatem ułamek oszczędności inwestowanych w obligacje – równanie (44) – możemy wyrazić jako

$$\mu_t = \frac{1-q}{1-\dfrac{\tau_{t+1} + \mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1})}{\mu_t\beta_t(1-\tau_t)}}. \tag{50}$$

co można uprościć do następującej liniowej zależności rekurencyjnej:

$$\mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1}) = \mu_t\beta_t(1-\tau_t) - \tau_{t+1} - (1-q)\beta_t(1-\tau_t), \tag{51}$$

co więcej wiemy już, że $\beta_t = \dfrac{1}{2}$ – równanie (43) – co oznacza, że powyższe równanie redukuje się do

$$\mu_{t+1}(1-\tau_{t+1}) = \mu_t(1-\tau_t) - 2\tau_{t+1} - (1-q)(1-\tau_t). \tag{52}$$

Ponadto w stanie ustalonym, o ile taki istnieje (gdzie μ oraz τ są stałe), mamy

$$\tau = -\frac{1-q}{1+q}, \tag{53}$$

co oznacza, że *de facto* w stanie ustalonym podatek nakładany na prace jest w istocie subsydium.

Odwołując się do równań (35) i (40), możemy zapisać następującą zależność:

$$\beta_t \mu_t (1-\tau_t) w_t L = \frac{\rho_t}{1-\rho_t} \tau_t w_t L, \tag{54}$$

co w stanie ustalonym, przyjmując, że rząd prowadzi politykę stałej wielkości deficytu względem wielkości wydatków, można zapisać jako

$$\mu = \frac{2\rho}{1-\rho} \cdot \frac{\tau}{1-\tau}, \tag{55}$$

a to upraszcza się do

$$\mu = -\frac{\rho(1-\rho)}{1-\rho}. \tag{56}$$

Dotychczasowe manipulacje algebraiczne pozwoliły na skonstruowanie pewnego stanu ustalonego przy założeniu, że czynności o charakterze R&D nie będą podejmowane. Czy istotnie tak będzie? Aby tak było, indywidualny potencjalny wynalazca musi dojść do wniosku, że dla niego prywatnie jest nieopłacalne podejmowanie czynności typu R&D. Zauważmy, że popyt zgłaszany na dobro konsumpcyjne przez ludzi młodych dany jest wzorem

$$D_t^y = (1-\beta_t \mu_t)(1-\tau_t) w_t L. \tag{57}$$

Ponadto zauważmy, że ceny wszystkich dóbr pośrednich użytych w procesie agregacji na dobro finalne konsumowane przez ludzi młodych są takie same, co więcej wszystkich dóbr pośrednich jest nieskończenie wiele miary jeden, a zatem popyt nominalny na dane dobro pośrednie indeksowane liczbą z przedziału $[1, 1+a]$, którego technologia produkcji potencjalnie może się zmienić dzięki czynnościom typu R&D, dany jest wzorem

$$D_t^i = (1-\beta_t \mu_t)(1-\tau_t) w_t L. \tag{58}$$

Oznacza to, że popyt realny – w równowadze mamy $p_{t,i} = p_t^{cz} = w_t$ – wynosi

$$Q_t^i = \frac{D_t^i}{p_t^{cz}} = (1-\beta_t \mu_t)(1-\tau_t) L, \tag{59}$$

co implikuje, że gdy użyta jest technologia opisana równaniem (21), popyt na czynnik to

$$Q_t^{cz} = \frac{Q_t^i}{A} = \frac{(1-\beta_t\mu_1)(1-\tau_t)L}{A}. \tag{60}$$

Zatem zysk potencjalnie wygenerowany w danym sektorze dzięki użyciu bardziej wydajnej technologii przy uwzględnieniu kosztów czynności typu R&D wynosi

$$\pi_t^i = \left(1-\frac{1}{A}\right)(1-\beta_t\mu_t)(1-\tau_t)Lp_t^{cz} - Fp_t^{cz}. \tag{61}$$

Naturalnie racjonalne podmioty nie podejmą czynności typu R&D, gdy $\pi_t^i < 0$, czyli gdy

$$\left(1-\frac{1}{A}\right)(1-\beta_t\mu_t)(1-\tau_t)L < F, \tag{62}$$

co w stanie ustalonym redukuje się do

$$2+\frac{\rho(1-\rho)}{1-\rho} < \frac{AF(1+q)}{L(A-1)}. \tag{63}$$

Podsumowując, jeżeli polityka prowadzona przez rząd, odpowiednia wartość ρ, jest taka, że zależność opisana nierównością (63) jest spełniona, to istnieje równowaga w stanie ustalonym, w której czynności typu R&D nie są podejmowane, a podmioty oszczędzają ułamek

$$\beta = \frac{1}{2} \tag{64}$$

swoich dochodów, inwestują ułamek

$$\mu = -\frac{\rho(1-q)}{1-\rho} \tag{65}$$

swoich oszczędności w bezpieczne obligacje rządowe oraz płacą podatek (*de facto* otrzymują subsydium) w wysokości

$$\tau = -\frac{1-q}{1+q}. \tag{66}$$

3.2. Równowaga z uwzględnieniem procesów typu R&D

Opisujemy tutaj równowagę, która zaistnieje, gdy czynności typu R&D zostaną podjęte i technologie opisane równaniem (21) będą używane. Skupimy się na opisie równowagi, która zaistnieje wtedy, gdy wszystkie dobra indeksowane na przedziale $[1, 1+a]$ będą produkowane nową technologią opisaną równaniem (21). Takie założenie implikuje, że *de facto* wszystkie dobra indeksowane liczbami z przedziału $[0, 1+a]$ będą produkowane z użyciem bardziej wydajnej technologii. Wynika to z tego, że zgodnie z założeniami ułamek a dóbr konsumowany przez ludzi starych jest także konsumowany przez ludzi młodych oraz z tego, że technologia raz wynaleziona staje się powszechna i może być powszechnie używana w przyszłości.

Nasze założenia oznaczają, że w gospodarce pojawią się zyski. Sektory produkujące dobra pośrednie indeksowane liczbami z przedziału $[1, 1+a]$ zanotują zyski w wysokości

$$\pi_t = a\left(\left(1-\frac{1}{A}\right)D_t^i - Fp_t^{cz}\right), \tag{67}$$

gdzie D_t^i oznacza nominalny popyt na pojedyncze dobro pośrednie indeksowane na przedziale $[1, 1+a]$. Zgodnie z poprzednimi założeniami zyski wygenerowane w danym okresie stają się własnością pokolenia ludzi starych. Stąd też problem konsumenta możemy teraz zapisać jako

$$\max_{\{s_t, \mu_t\}} U(c_{1t}, c_{2t+1}) = \log(c_{1t}) + E_t \log(c_{2t+1}), \tag{68}$$

pod warunkiem że

$$p_t^y c_{1t} + s_t = (1-\tau_t)\, w_t L, \tag{69}$$

$$s_t = p_t^y K_{t+1} + P_t^S B_t, \tag{70}$$

$$p_{t+1}^o\, c_{2t+1} = r_{t+1} K_{t+1} + P_{t+1}^W B_t + \pi_{t+1}, \tag{71}$$

gdzie zgodnie z definicja mamy

$$\mu_t s_t = P_t^S B_t, \tag{72}$$

$$(1-\mu_t)\, s_t = p_t^y K_{t+1}. \tag{73}$$

Problem konsumenta jest analogiczny do rozważanego w poprzednim punkcie przy jednej istotnej różnicy. W tym wypadku ludzie starzy otrzymają oprócz zwrotu na swoich oszczędnościach także dochód w postaci zysków. Matematycznie problem optymalizacyjny konsumenta możemy wyrazić jako

$$\max_{\{s_t,\mu_t\}} U() = \log\left(\frac{(1-\tau_t)w_t L - s_t}{p_t^y}\right) + \\ + q\log\left(\frac{\left((1-\mu_t)\frac{r_{t+1}}{p_t^y} + \mu_t\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}\right)s_t + \pi_t}{p_{t+1}^o}\right) + \\ + (1-q)\log\left(\frac{\mu_t\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}s_t + \pi_t}{p_{t+1}^o}\right). \tag{74}$$

Odpowiednie warunki optymalności, pierwszego rzędu, przyjmują postać $\frac{\partial U}{\partial s_t} = 0$, to jest

$$\frac{1}{(1-\tau_t)w_t L - s_t} = q\frac{(1-\mu_t)\frac{r_{t+1}}{p_t^y} + \mu_t\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}}{\left((1-\mu_t)\frac{r_{t+1}}{p_t^y} + \mu_t\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}\right)s_t + \pi_t} + \\ + (1-q)\frac{\mu_t\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}}{\mu_t\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}s_t + \pi_t} \tag{75}$$

oraz $\frac{\partial U}{\partial \mu_t} = 0$, to jest

$$q\frac{\left(\frac{r_{t+1}}{p_t^y} - \frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}\right)s_t}{\left((1-\mu_t)\frac{r_{t+1}}{p_t^y} + \mu_t\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}\right)s_t + \pi_t} = (1-q)\frac{\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}s_t}{\mu_t\frac{P_{t+1}^W}{P_t^S}s_t + \pi_t}. \tag{76}$$

Rozwiązanie powyższych równań jest następujące:

$$s_t = \frac{1}{2}\left((1-\tau_t) w_t L - \frac{G_{t,t+1}}{H_{t,t+1}} \right) \tag{77}$$

oraz

$$\mu_t = \frac{1-q}{1-H_{t,t+1}} + 2\frac{q - H_{t,t+1}}{1 - \frac{H_{t,t+1} y_t}{G_{t,t+1}}}, \tag{78}$$

gdzie

$$y_t = (1-\tau_t) w_t L, \tag{79}$$

$$H_{t,t+1} = \frac{P_{t+1}^W}{P_t^S} \cdot \frac{p_t^y}{r_{t+1}}, \tag{80}$$

$$G_{t,t+1} = \pi_{t+1} \frac{p_t^y}{r_{t+1}}. \tag{81}$$

Zauważmy, że cena finalnego dobra konsumpcyjnego konsumowanego przez ludzi młodych nie jest już równa cenie *czynnika*, tak jak było to w poprzednim punkcie, a raczej dana jest wzorem

$$p_t^y = \left(\frac{1}{A}\right)^{1-a} (1)^a\, p_t^{cz}. \tag{82}$$

Wynik ten otrzymujemy, ze względu na to, że dla $\gamma \to 0$ funkcja agregacji opisana równaniem (2) staje się efektywnie funkcją produkcji Cobba-Douglasa. Naturalnie w równowadze ciągle mamy

$$p_t^{cz} = w_t = r_t. \tag{83}$$

Zgodnie z naszą notacją $(1-\beta_t\mu_t)$ oznacza ułamek dochodu netto przeznaczonego na zakup dobra konsumpcyjnego przez ludzi młodych. Innymi słowy, globalny popyt na dobro konsumpcyjne zgłaszany przez ludzi młodych to

$$D_t^y = (1-\beta_t\mu_t)(1-\tau_t)\, w_t L. \tag{84}$$

Dobra pośrednie indeksowane liczbami z przedziału $[a, 1+a]$ są albo sprzedawane po cenie $p_{t,i} = \frac{1}{A} p_t^{cz}$, dobra dla których $i \in [a, 1]$, albo po cenie $p_{t,i} = p_t^{cz}$, dobra, dla których $i \in [1, 1+a]$. Zważywszy, że funkcja agregująca dobra pośrednie w finalne dobro konsumpcyjne ma efektywnie charakter symetrycznej funkcji Cobba-Douglasa, możemy powiedzieć, że wydatki na wszystkie dobra muszą być takie same. Zatem realny popyt na indywidualne dobro pośrednie indeksowane liczba z przedziału $[a, 1]$ wynosi

$$c_{i,t} = \frac{(1-\beta_t\mu_t)(1-\tau_t)w_t L}{\frac{1}{A} p_t^{cz}}, \tag{85}$$

a popyt na dobro pośrednie indeksowane liczbą z przedziału $[1, 1+a]$ wynosi

$$c_{i,t} = \frac{(1-\beta_t\mu_t)(1-\tau_t)w_t L}{p_t^{cz}}$$

Oznacza to, że w każdym sektorze indeksowanym liczbami z przedziału[4] $[1, 1+a]$ będzie wygenerowany zysk równy

$$\pi_i^t = \left(1-\frac{1}{A}\right)\frac{(1-\beta_t\mu_t)(1-\tau_t)w_t L}{p_t^{cz}} p_t^{cz} - F p_t^{cz}, \tag{86}$$

co daje globalny zysk w gospodarce

$$\pi_t = a\left(\left(1-\frac{1}{A}\right)(1-\beta_t\mu_t)(1-\tau_t)w_t L - F p_t^{cz}\right).$$

[4] Dla sektorów indeksowanych liczbami z przedziału $[a, 1]$ zysk wynosi zero, gdyż zgodnie z założeniem w przypadku tych sektorów technologia bardziej wydajna jest powszechnie dostępna.

Powyższe zależności pozwalają na wyrażenie $G_{t,t+1}$ i $H_{t,t+1}$ jako

$$G_{t,t+1} = a\left(\left(1-\frac{1}{A}\right)(1-\beta_{t+1}\mu_{t+1})(1-\tau_{t+1})L - F\right)\left(\frac{1}{A}\right)^{1-a} w_{t+1} \tag{87}$$

$$H_{t,t+1} = \frac{\tau_{t+1} + \mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1})}{\mu_t\beta_t(1-\tau_t)}\left(\frac{1}{A}\right)^{1-a}. \tag{88}$$

Z równania (77) – pamiętając, że zgodnie z definicją $s_t = \beta_t\,(1-\tau_t)\,w_t L$ – otrzymujemy

$$\beta_t = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\mu_t\beta_t a\left(\left(1-\frac{1}{A}\right)(1-\beta_{t+1}\mu_{t+1})(1-\tau_{t+1})-\frac{F}{L}\right)}{\tau_{t+1}+\mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1})}\right), \tag{89}$$

co w stanie ustalonym przekłada się na

$$\beta = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\mu\beta\left(A'(1-\beta\mu)(1-\tau)-F'\right)}{\tau+\mu\beta(1-\tau)}\right), \tag{90}$$

gdzie $A' = a\left(1-\frac{1}{A}\right)$ oraz $F' = a\frac{F}{L}$. Momentalnie możemy zauważyć, że tym razem na pewno $\beta < \frac{1}{2}$, czyli jest mniejsze aniżeli stopa oszczędności w modelu, w którym nie występuje proces R&D.

Podobnie wyrażenie (78) możemy zapisać teraz jako

$$\mu_t = \frac{1-q}{1-\frac{\tau_{t+1}+\mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1})}{\mu_t\beta_t(1-\tau_t)}\left(\frac{1}{A}\right)^{1-a}} + 2\frac{q-\frac{\tau_{t+1}+\mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1})}{\mu_t\beta_t(1-\tau_t)}\left(\frac{1}{A}\right)^{1-a}}{1-\frac{\tau_{t+1}+\mu_{t+1}\beta_{t+1}(1-\tau_{t+1})}{\mu_t\beta_t\left(A'(1-\beta_{t+1}\mu_{t+1})(1-\tau_{t+1})-F'\right)}}, \tag{91}$$

co w stanie ustalonym redukuje się do

$$\mu = \frac{1-q}{1-\dfrac{\tau+\mu\beta(1-\tau)}{\mu\beta(1-\tau)}\left(\dfrac{1}{A}\right)^{1-a}} + 2\frac{q-\dfrac{\tau+\mu\beta(1-\tau)}{\mu\beta(1-\tau)}\left(\dfrac{1}{A}\right)^{1-a}}{1-\dfrac{\tau+\mu\beta(1-\tau)}{\mu\beta\left(A'(1-\beta\mu)(1-\tau)-F'\right)}}. \tag{92}$$

Dodatkowo pamiętamy, że reguła polityki pieniężnej mówi, iż w stanie ustalonym mamy

$$\beta\mu(1-\tau) = \frac{\rho}{1-\rho}\tau. \tag{93}$$

Naturalnie, aby równowaga tak opisana zaistniała w stanie ustalonym, musi zachodzić

$$A'(1-\beta\mu)(1-\tau) > F', \tag{94}$$

co oznacza, że zysk w sektorze dóbr pośrednich indeksowanych liczbami z przedziału $[1, 1+a]$ musi być dodatni.

Podstawiając $\beta\mu$ z wyrażenia (93) do wyrażeń (90) i (92), otrzymujemy wyrażenia na β i μ jako funkcje τ.

$$\beta = \frac{1}{2}\left(1-\rho\frac{A'(1-\rho-\tau)-F'}{(1-\tau)(1-\rho)}\right), \tag{95}$$

$$\mu = \frac{1-q}{1-\dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{1}{A}\right)^{1-a}} + 2\frac{q-\dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{1}{A}\right)^{1-a}}{1-\dfrac{1}{\rho}\cdot\dfrac{(1-\tau)(1-\rho)}{A'(1-\rho-\tau)-F'(1-\rho)}}. \tag{96}$$

Podstawiając powyższe wyrażenia do równania (93), uzyskujemy równanie określające τ.

W tym wypadku rozwiązanie jest inne aniżeli w poprzednim punkcie. Możemy być przekonani, że w tym wypadku stopa oszczędności jest niższa aniżeli poprzednio, co oznacza, że skłonność do konsumpcji jest większa. Podmioty oszczędzają mniej, gdyż oczekują dochodu w przyszłości. Podmioty wydając więcej, stymulują popyt, a przez to sprawiają, że oczekiwane zyski stają się większe, co skłania firmy do podejmowania większej aktywności ekonomicznej. Czynności typu R&D stają się bardziej opłacalne, gdyż przy zwiększonym popycie łatwiejsze jest pokrycie kosztów innowacji *F*. Pojawienie się innowacji prowadzi do poprawy efektywności, a przez to zwrot z inwestycji w kapitał fizyczny staje się większy, podmioty zmieniają kompozycję portfela inwestycyjnego, dodatkowo stymulując popyt i zwiększając zyski. W równowadze tej mamy do czynienia z niską stopą oszczędności, wysokim poziomem technologii, większym zwrotem z inwestycji w kapitał fizyczny. Możemy więc skonkludować, że wysoka skłonność do konsumpcji prowadzi zarówno do wzrostu PKB w krótkim okresie dzięki efektom mnożnikowym, oraz do wzrostu PKB w długim okresie dzięki poprawie efektywności. Jest możliwe, że podmioty *de facto* będą inwestować więcej w kapitał fizyczny, pomimo że stopa oszczędności jest mniejsza. Przyczyną tego jest zmiana kompozycji portfela inwestycyjnego.

Zakończenie

Artykuł niniejszy porusza problem wpływu skłonności do konsumpcji na alokacje w okresach długim oraz krótkim. W artykule pokazano, że może dojść do sytuacji, w której wydatki konsumpcyjne będą stymulowały popyt, a przez to PKB w okresie krótkim, i będą miały trwały charakter prorozwojowy. Sugerujemy, że wysoka skłonność do konsumpcji nie musi się wiązać ze spadkiem inwestycji w produktywne aktywa, takie jak kapitał fizyczny.

Wyniki zostały otrzymane w prostym modelu, który jest charakteryzowany przez efekty zewnętrzne zagregowanego popytu. Pokazujemy, że wzrost konsumpcji prowadzi do wzrostu zysków w sektorach produkujących dobra konsumpcyjne, a przez to skłania potencjalnych wynalazców do adaptowania bardziej wydajnych technologii, co przyczynia się do podniesienia potencjału produkcyjnego w przyszłości. Wzrost potencjału produkcyjnego w przyszłości w naszym modelu generuje dwa efekty. Po pierwsze pozwala na uzyskiwanie większych poziomów produkcji nawet przy zmniejszonym poziomie zasobu kapitału fizycznego. Po drugie sprawia, że zwrot uzyskiwany dzięki inwestycjom w aktywa ryzykowne jest wyższy, a to powoduje, iż podmioty realokują swoje portfele inwestycyjne, rezygnując z inwestycji w aktywa bezpieczne na rzecz inwestycji w kapitał fizyczny. Oznacza to, że *per saldo* inwestycji w kapitał fizyczny mogą być większe, pomimo że ogólna stopa oszczędności jest mniejsza.

Innymi słowy, artykuł pokazuje, że możliwa jest sytuacja, w której dana gospodarka charakteryzowana jest wysoką stopą oszczędności, przy jednocześnie wysokim udziale obligacji w portfelu inwestycyjnym. W gospodarce tej, ze względu na niewystarczający popyt konsumpcyjny, nie dochodzi do innowacji, a przez to zwroty generowane z inwestycji w kapitał fizyczny są małe, sankcjonując przez to pierwotnie niski udział inwestycji w kapitał fizyczny w portfelu inwestycyjnym. Z drugiej zaś strony możliwa jest sytuacja, w której dana gospodarka oszczędza mało, za to dużo konsumuje, a przez to daje bodźce do działalności typu R&D, co sprawia, że wydajność jest większa, zwiększają się zwroty z inwestycji w kapitał fizyczny, a przez to udział inwestycji w kapitał fizyczny w portfelu inwestycyjnym staje się większy. Efektem czego mogą być wysokie oszczędności w kapitał fizyczny przy niskiej ogólnej stopie oszczędności.

Uważamy, że artykuł ten pozwala zrozumieć, dlaczego troska decydentów – zajmujących się polityką gospodarczą – o poziom konsumpcji i o nastroje konsumenckie nie musi pozostawać w niezgodzie z priorytetami długookresowymi, tzn. dlaczego nie musi być postrzegana jako szkodliwa dla wzrostu długookresowego.

Bibliografia

Diamond, P.A., 1965, *National debt in a neoclassical growth model*, American Economic Review 55, s. 1126–1150.

Matsuyama, K., 1999, *Growing through cycles*, Econometrica 67, s. 335–347.

Shleifer, A., 1986, *Implementation cycles*, J. Polit. Economy 94, s. 1163–1190.

Smets, F., Wouters, R., 2007, *Shocks and Frictions in US Business Cycles*: *A Bayesian DSGE Approach*, American Economic Review 97, s. 586–606.

THE IMPACT OF PROPENSITY TO CONSUME ON GDP IN THE LONG AND SHORT RUN

Summary: Normally the phenomena of long run growth and short run fluctuations are treated as distinct by the economic theory. In particular, the role assigned to the marginal propensity to consume is ambiguous. In models focused on the short horizon typically it is the case that an increase in the marginal propensity to consume can be perceived as a growth stimulant and impacts GDP positively. On the other hand, in models dealing with long run phenomena increases in the marginal propensity to consume negatively impact the process of physical capital accumulation and leads to a decrease in the level of GDP. The objective of this paper is to analyze the influence of changes in the marginal propensity to consume on GDP in a unified model both in the short and the long run. In particular, we show that positive innovations in the marginal propensity to consume lead to positive changes in the level of GDP both in the short and the long runs. Consequently, we show that consumptions stimuli in addition to being useful in combating short run economic downturns can serve as an important tool allowing for potential buildup in the long run.