

**Grzegorz Anholcer**

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

## Z BADAŃ NAD ZASTOSOWANIEM TEORII ZBIORÓW ROZMYTYCH W LOGISTYCE

### Wstęp

W poszukiwaniu możliwości uzyskania przewagi konkurencyjnej dzięki nowoczesnej logistyce międzynarodowej duże znaczenie ma rozwój teorii zbiorów rozmytych. Składają się na to przynajmniej dwa powody; po pierwsze, zbiory rozmyte leżą u podstaw wszystkich nowych rozwiązań budowanych na bazie algorytmów genetycznych, czyli załączków sztucznej inteligencji, po drugie, o zbiorach rozmytych pomimo ich nadzwyczajnej skuteczności w różnych zastosowaniach, przynajmniej w polskiej literaturze, pisze się bardzo mało. Celem niniejszych rozważań jest więc ukazanie znaczenia zbiorów rozmytych w logistyce.

### 1. Istota zbiorów rozmytych

Pojęcie zbioru rozmytego (ang. *fuzzy set*) wprowadził Lofti Zadeh w 1965 roku jako sposób zapisu informacji subiektywnej lub braku informacji w zadaniach klasyfikacji, rozpoznawania obrazów i przekazywania informacji. Teoria, która powstała w oparciu o pojęcie wprowadzone przez Zadeha w szybkim tempie zyskała wielu zwolenników i zaowocowała bardzo dużą ilością publikacji. Jedynie część z tych prac ma charakter teoretyczny, a pozostałe dotyczą różnych dziedzin zastosowań (nie zawierają nowych definicji ani twierdzeń)<sup>1</sup>.

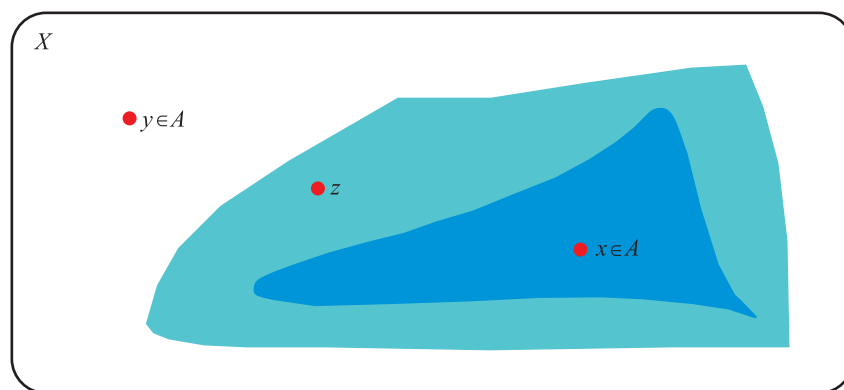
Zbiory rozmyte stanowią naturalną konsekwencję chęci zastosowania matematyki do otaczającego nas świata, z możliwie najmniejszymi stratami spowodowanymi niedokładnością „danych wejściowych”. Mówiąc językiem potocznym, rozmytość oznacza dostrzeżenie, że oprócz bieli i czerni istnieją jeszcze

---

<sup>1</sup> J. Drewniak, *Podstawy teorii zbiorów rozmytych: skrypt przeznaczony dla studentów IV i V roku matematyki*, Uniwersytet Śląski, Katowice, 1984.

wszystkie odcienie szarości „gdzieś pomiędzy”. O ile w przypadku znaczenia kolektywnego oraz abstrakcyjnego zbiorów dany element do zbioru albo należy, albo nie należy (więcej opcji po prostu nie ma), o tyle w przypadku zbioru rozmytego dany element może należeć do zbioru w pełni, nie należeć do niego wcale bądź należeć w pewnym stopniu. Jak widać, spotykamy się tutaj nie tylko z nowym pojęciem zbioru, ale także z nowym pojęciem należenia do zbioru.

Na rysunku 1 mamy zobrazowany zbiór rozmyty  $A$  jako podzbiór pewnej przestrzeni  $X$ . Jak widać, istnieją elementy takie, jak  $x$ , które należą do zbioru  $A$ , takie, jak  $y$ , które do tego zbioru nie należą, oraz takie, jak  $z$ , których przynależności do zbioru  $A$  nie da się określić klasyczną relacją należenia do zbioru, o elemencie  $z$  nie można powiedzieć ani że należy do  $A$ , ani że do niego nie należy.



**Rysunek 1. Ilustracja zbioru rozmytego**

Konsekwencją zdefiniowania zbiorów rozmytych było powstanie między innymi takich dziedzin, jak logika rozmyta, gdzie zdaniom przypisuje się nie tylko wartości „prawda” czy „fałsz” znane z klasycznego rachunku zdań, ale używa się również takich stwierdzeń, jak „być może” czy „nie można stwierdzić”, grafy rozmyte, które mogą służyć na przykład opisowi sieci dróg, w której, zamiast ściśle określonych odległości, można używać określeń takich, jak „blisko” czy „daleko”.

Najczęściej spotykaną koncepcją w literaturze jest koncepcja, wedle której stopień przynależności danego elementu do zbioru rozmytego przedstawia się za pomocą liczby rzeczywistej z przedziału  $[0;1]$ , gdzie 0 oznacza przynależność minimalną, 1 maksymalną, natomiast pozostałe liczby z tego zakresu przedstawiają odpowiednią przynależność „pośrednią”.

Praktycznie nie ma dziedziny, w której nie dałoby się znaleźć zastosowania dla zbiorów nieostrych. Wydawać by się mogło, że jedyną (a przynajmniej jedną z niewielu) dziedzin, w której nie ma bezpośrednich dla nich zastosowań, są na-

uki językowe, które, skądinąd były inspiracją do powstania zmiennych lingwistycznych i całej nowej dziedziny matematyki.

Zbiory rozmyte znajdują zastosowanie w biologii i medycynie, systemach społeczno-ekonomicznych, badaniach operacyjnych, a przede wszystkim w wielu rozwiązaniach informatyczno-technicznych.

Nie wchodząc nadto w matematyczno-informatyczne szczegóły, przyjrzyjmy się co ciekawszym zastosowaniom<sup>2</sup>:

- 1) nowo powstające systemy sztucznej inteligencji – złożone układy baz danych, które same się uczą, stale poprawiając osiągnane wyniki;
- 2) możliwość rozpoznania obrazu – nowe cyfrowe aparaty fotograficzne potrafią odnaleźć na zdjęciu twarz, oraz jego polepszenie – automatyczna poprawa kontrastu;
- 3) rozpoznanie tekstu – odręczne pismo może zostać rozpoznane przez komputer i przetworzone na format cyfrowy;
- 4) zastosowane w najnowszych samochodach schematy samodzielnego parkowania – mówiąc kolokwialnie – wciska się guzik, a samochód sam parkuje;
- 5) zastosowanie regulatora rozmytego do sterowania suwnicą przenoszącą kontenery – kolejny krok do pełnej automatyzacji obsługi logistycznej.

Na szczególną uwagę zasługuje praca I. Jakuszwicza, w której prezentuje on podstawowe założenia metody oceny atrakcyjności terenów zurbanizowanych z wykorzystaniem teorii zbiorów rozmytych i logiki rozmytej. Ocena taka niezbędna jest do opracowania racjonalnej prognozy kierunków rozwoju przestrzennego zagospodarowania miasta. Kierunki rozwoju miast są uwarunkowane między innymi bieżącym stanem i zmianami przestrzennego zagospodarowania terenu. Przeszkodę w prawidłowym określaniu skali i kierunków zmian stanowi zależność ich przebiegu od różnorodnych czynników o charakterze jakościowym. Omawiana metoda pozwala wykorzystać obiektywną informację geograficzną do oceny preferencji ludności odnośnie do zabudowy terenów o określonych walorach lokalizacyjnych. Większość słownych opisów służących określeniu preferencji ludności, tj. „bliżej”, „dalej”, „przedkładać nad”, „unikać” jest z natury nieostra. Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych i logiki rozmytej do przetworzenia zgromadzonej informacji wejściowej pozwala przekształcić sformułowania lingwistyczne w wartości liczbowe, użyteczne przy obliczeniach komputerowych<sup>3</sup>.

Kolejnymi istotnymi, z punktu widzenia logistyki, wynikami badań są dane zawarte w pracy pod tytułem *Ocena efektywności wdrożenia systemu klasy ERP*

<sup>2</sup> *Zbiory rozmyte i ich zastosowania*, J. Chojcan, J. Łęski, red., Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001.

<sup>3</sup> I. Jakuszwicz, *Zastosowanie logiki rozmytej do oceny atrakcyjności terenów miejskich*, materiały konferencyjne XIII Konferencji Naukowej Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS, Białowieża 2004.

*APS w warunkach ograniczeń wdrożeniowych z zastosowaniem zbiorów rozmytych*<sup>4</sup>. W artykule tym przedstawiono procedurę oceny efektywności planowanego przedsięwzięcia wdrożeniowego systemu klasy ERP APS (*Advanced Planning and Scheduling, Advanced Planning Systems*) w średnim przedsiębiorstwie produkcyjnym. Proponowane podejście, uwzględniając aktualny stan przygotowań rozważanego przedsiębiorstwa do wdrożenia wraz z istniejącymi ograniczeniami wdrożeniowymi, pozwala określić, czy wdrożenie danego systemu informatycznego gwarantuje osiągnięcie przyjętego przez to przedsiębiorstwo celu. Zastosowanie zbiorów rozmytych pozwala przy tym modelować subiektywne preferencje przedsiębiorstwa wobec systemu oraz związane z przyszłością warunki niepewności.

Nadto ciekawe rozważania przedstawiono w artykule autorstwa J. Martikainena oraz S.J. Ovaska' i z Finlandii pod tytułem *Using Fuzzy Evolutionary Programming to Solve Traveling Salesman Problems*. W pracy tej autorzy przedstawiają dotychczas używane metody rozwiązywania problemu „komiwojażera” oraz prezentują zastosowanie zbiorów rozmytych w samouczących się algorytmach optymalizacyjnych, co w oczywisty sposób ma przełożenie na opisywane przez nich zagadnienie<sup>5</sup>.

Z kolei jednym z ciekawszych przykładów zastosowania zbiorów rozmytych w organizacjach sieciowych (którymi niewątpliwie są np. łańcuchy dostaw) jest model zastosowania logiki rozmytej przez B. Shore'a i A. R. Venkatachalam<sup>6</sup>. Stworzony przez nich model służy do oceny skuteczności działalności członków sieci, a w konsekwencji do eliminowania tych spośród jej uczestników, których dalsze działanie w organizacji sieciowej powoduje zakłócenia i szkody dla całej sieci<sup>7</sup>.

Należy więc zadać pytanie, czy i w jakim zakresie stosowanie zbiorów rozmytych może mieć znaczenie w obniżaniu kosztów logistycznych, zwłaszcza transportowych, co niewątpliwie ma wpływ na konkurencyjność firmy na rynku. Celem udzielenia odpowiedzi na takie pytania przedstawiono przykład zastosowania zbiorów rozmytych w przedsiębiorstwie transportowym, a warto podkreślić, że koszt transportu to 75% kosztu logistycznego.

---

<sup>4</sup> L. Ważna, *Ocena efektywności wdrożenia systemu klasy ERP APS w warunkach ograniczeń wdrożeniowych z zastosowaniem zbiorów rozmytych*, materiały konferencyjne XXI Autumn Meeting of Polish Information Processing Society, Wisła 2005.

<sup>5</sup> J. Martikainen, S. J. Ovaska, *Using Fuzzy Evolutionary Programming to Solve Traveling Salesman Problems*, materiały konferencyjne Artificial Intelligence and Soft Computing, Benidorm (Hiszpania), 2005.

<sup>6</sup> B. Shore, A. R. Venkatachalam, *Evaluating the information sparing capabilities of supply chain partners, a fuzzy logic model*, International Journal of Physical Distribution 2003, nr 9, 10, s. 804.

<sup>7</sup> E. Gołemska, *Podstawy logistyki*, Wydawnictwo Naukowe Wyższej Szkoły Kupieckiej, Łódź 2006, s. 92.

## **2. Przykład zastosowania zbiorów rozmytych w małym przedsiębiorstwie transportowym, ogniwie łańcucha dostaw**

Koszty transportu w kosztach logistycznych stanowią 75%, dlatego w badaniach skupiono się na firmach transportowych, których funkcjonowanie ma decydujący wpływ na zarządzanie łańcuchem dostaw. Transport, jak wiadomo, stanowi ważne ogniwo tego łańcucha, stąd zastosowanie zbiorów rozmytych w tym sektorze winno być, jak się wydaje, punktem wyjścia do dalszych prac z tego zakresu.

Wśród różnych technik zarządzania firmą znajdują się te oparte na rozwiązaniach związanych z użyciem narzędzi informatycznych, wśród tych z kolei znajdują się aplikacje, których działanie oparte jest na stosowaniu zbiorów nieostrych, logiki rozmytej, sztucznych sieci neuronowych czy algorytmów genetycznych. Te ostatnie pozwoliły ująć znane dotąd problemy w zupełnie nowe ramy.

Istnieje wiele typów zagadnień transportowych, do których rozwiązywania używa się różnych metod i algorytmów. W poniższym przykładzie będziemy mieli do czynienia z zagadnieniem transportowania towarów w przestrzeni podzielonej na kilka obszarów, z których każdy może zarówno być miejscem nadania, jak i odbioru przesyłki.

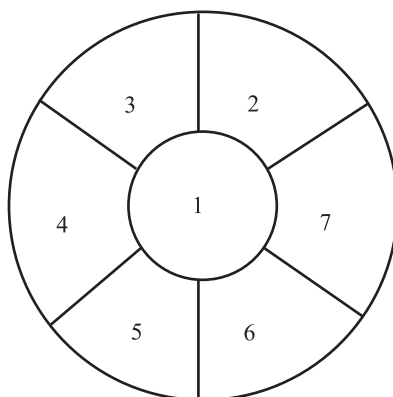
Działalność omawianego przedsiębiorstwa, które można zaliczyć do MŚP, oparta jest na obszarowym podziale terenów otaczających jego siedzibę. Zasięg działania firmy zbliżony jest do okręgu, którego promień to około 160 kilometrów.

Przedsiębiorstwo posiada flotę 28 samochodów, z których około 24 jest zawsze sprawnych, reszta jest wówczas w trakcie koniecznych przeglądów i napraw bądź nie ma kierowców. Ewentualne bieżące braki są uzupełniana wynajmowanymi samochodami. Dziennie pojazdy jeżdżą średnio przez 6 godzin, pokonując w tym czasie 288 kilometrów. Oznacza to, że cała flota dziennie przebywa około 6912 kilometrów, celem firmy jest zredukowanie tej wartości do 65%, czyli do 4493 kilometrów.

Obowiązują dwie taryfy przewozowe: taryfa pierwsza – przewożone są towary, których jednostkowa masa nie przekracza 40 kilogramów i długość nie przekracza 3,5 metra, oraz taryfa druga, do której zaliczają się towary, których masa jednostkowa dochodzi do 250 kilogramów. Jest to o tyle istotne, że na bazie tego podziału przeprowadzimy dalszą analizę przypadku.

Podstawowe dane wejściowe, na podstawie których przedstawiona zostanie analiza przypadku, zawierały dane dotyczące załadunku, jak i rozładunku w obszarach działalności przedsiębiorstwa oraz klasyfikację towarów w ramach przedstawionych powyżej taryf. Dane dotyczyły około 10 lat, jednakże tylko część z nich (najświeższa) została wzięta pod uwagę, ze względu na zmieniającą się sieć dróg i temu podobne czynniki.

Dane były oparte na siatce siedmiu stref: centralnej, zachodniej, północno-zachodniej, północno-wschodniej, wschodniej, południowo-wschodniej oraz południowo-zachodniej. Te strefy zostały ponumerowane liczbami 1–7, zgodnie z rysunkiem przedstawionym poniżej.



**Rysunek 2. Organizacja obszarów działania przedsiębiorstwa**

Źródło: J. Harris, *Fuzzy Logic Applications in Engineering Science*, Wydawnictwo Springer, Dordrecht 2006, s. 199

Obszary na rysunku 2 mają równą powierzchnię, więc:

$$a_1^2 = (a_2^2 - a_1^2) / 6,$$

stąd:

$$a_2 = 7^{1/2} a_1,$$

gdzie  $a_1$  to promień wewnętrznego obszaru (tego oznaczonego jako „1”), a  $a_2$  to promień całego obszaru. Skoro, jak wiemy,  $a_1$  to około 160 kilometrów, to  $a_2$  wynosi około 60 kilometrów.

Poniżej znajdują się tabele z danymi przedstawiającymi, przeskalowane w stosunku do największej, wartości ilorazu waga/rozmiar, odnosząc się do przewożonych ładunków, zgodnie ze strefami nadania i odbioru. Tabela 1 przedstawia dane dotyczące taryfy pierwszej – przewozów małych, natomiast w tabeli 2 znajdują się dane dotyczące taryfy drugiej – przewozów dużych.

Wiersze powyższych tabel można traktować jako zbiory rozmyte oparte na uniwersum stref docelowych transportowanych towarów, analogicznie, kolumny można rozumieć jako zbiory rozmyte oparte na strefach załadunku przewożo-

**Tabela 1. Przeskalowane dane dotyczące przewożonych małych ładunków**

		Sfery rozładunku							suma
		1	2	3	4	5	6	7	
Sfery załadunku	1	0,224	0,630	0,597	0,046	0,099	0,000	0,099	1,695
	2	0,450	0,531	0,458	0,024	0,812	0,694	0,471	3,440
	3	Nieistotne							0,000
	4	0,192	0,208	0,721	0,340	0,106	1,000	0,436	3,003
	5	0,022	0,250	0,258	0,892	0,634	0,824	0,317	3,197
	6	0,191	0,880	0,699	0,447	0,965	0,522	0,000	3,704
	7	0,000	0,142	0,000	0,011	0,616	0,550	0,085	1,402
	Suma	1,079	2,641	2,733	1,760	3,230	3,590	1,408	16,441

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt., s. 200.

**Tabela 2. Przeskalowane dane dotyczące przewożonych dużych ładunków**

		Sfery rozładunku							suma
		1	2	3	4	5	6	7	
Sfery załadunku	1	0,573	0,359	0,276	0,669	0,401	0,000	0,603	2,881
	2	0,016	0,582	0,014	0,031	0,019	0,931	0,063	1,656
	3	Nieistotne							0,000
	4	0,860	1,000	0,619	0,692	0,587	0,575	0,463	4,796
	5	0,529	0,456	0,842	0,411	0,618	0,751	0,608	4,215
	6	0,552	0,210	0,636	0,566	0,000	0,596	0,194	2,754
	7	Nieistotne							0,000
	Suma	2,530	2,607	2,387	2,369	1,625	2,853	1,931	16,302

Źródło: jak w tabeli 1.

nych dóbr. Relacja przynależności w tych zbiorach oparta jest na zdefiniowanej wcześniej przynależności danych ładunków do ładunków małych bądź dużych.

Wartość „nieistotne” oznacza oczywiście to, że dane są nieistotne ze względu na aparaturę matematyczną, którą się posłużymy w dalszej analizie przypadku, konkretnie znaczy to, że wartość w komórkach oznaczonych tym słowem jest mniejsza niż 0,001. Wartości są przeskalowane względem maksimum, czyli odpowiednio {4, 6} w tabeli 1 oraz {4, 2} w tabeli 2 (dla uproszczenia zapisu w ten sposób będą oznaczać komórki tabel, gdzie w { $x$ ,  $y$ }:  $x$  oznacza numer wiersza, natomiast  $y$  – kolumny właściwych danych).

Co się tyczy przewozu *małych* ładunków, to są one dostarczane do punktu przeładunkowego przez nadawcę, ale ich zebranie może być aranżowane. Tak czy inaczej, konsolidacja ładunków jest dokonywana na podstawie podziału na sfery, przedstawionego na rysunku 1, a jej celem jest maksymalizacja efektywności używanych samochodów.

W celu zwiększenia efektywności taboru przedsiębiorstwa należało znaleźć odpowiednie kombinacje stref, na podstawie których można by dokonywać częściowych załadunków i rozładunków bez konieczności ciągłego powracania pojazdów do punktu przeładunkowego.

W pierwszym kroku rozważane było dobierania obszarów w pary, najefektywniejszą do tego metodą okazało się parowanie najbardziej podobnych do siebie stref zarówno pod względem wielkości załadunku, jak i rozładunku. Przeprowadzona została więc analiza danych zawartych w tabeli 1 (tabela 2 zawiera dane o dużych ładunkach) zarówno w płaszczyźnie kolumn, jak i wierszy.

Istnieją różne metody przeprowadzania analizy podobieństwa, takie jak metoda max-min, metoda amplitudy cosinusa, najróżniejsze korelacje i inne, których przykłady można znaleźć w książce Rossa<sup>8</sup>. Wszystkie metody powinny dać podobne wyniki w kwestii podobieństwa, różniąc się co prawda stopniem skomplikowania i konkretnymi wartościami liczbowymi. Wybrano metodę max-min, ponieważ jest obliczeniowo łatwa, acz efektywna.

Rozważmy podobieństwo dwóch wierszy –  $i$  oraz  $k$  tabeli takiej, jak na przykład tabela 1. Miara podobieństwa tych dwu wierszy  $r_{ik}$  dana jest wzorem:

$$r_{ik} = \frac{\sum_j \min(x_{ij}, x_{kj})}{\sum_j \max(x_{ij}, x_{kj})},$$

gdzie  $x_{ab}$  oznacza wartość znajdującą się w tabeli w komórce będącej przecięciem wiersza  $a$  i kolumny  $b$ , a  $j$  przebiega przez liczby od 1 do  $n$ , gdzie  $n$  jest liczbą kolumn tabeli (w naszym przypadku  $n = 7$ ).

Operacja polegająca na wyznaczeniu miar podobieństw kolumn wygląda analogicznie, przykładowo, miara podobieństw kolumn 3. oraz 6. będzie miała wartość:

$$\begin{aligned} r_{36} = & [\min(0,597; 0,000) + \min(0,458; 0,694) + \min(0,000; 0,000) + \\ & + \min(0,721; 1,000) + \min(0,258; 0,824) + \min(0,699; 0,522) + \\ & + \min(0,000; 0,550)] / \max(0,597; 0,000) + \max(0,458; 0,694) + \\ & + \max(0,000; 0,000) + \max(0,721; 1,000) + \max(0,258; 0,824) + \\ & + \max(0,699; 0,522) + \max(0,000; 0,550) = 0,449 \end{aligned}$$

Oczywiście  $r_{63} = r_{36}$ , co wynika z przemienności działań  $\min()$  i  $\max()$ , ponadto  $r_{ij} = 1$  dla każdego  $i$ . Tabela zawierająca wartości miar podobieństwa da-

<sup>8</sup> T.J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, Wydawnictwo Wiley, McGraw-Hill, 1995.

nych wierszy (kolumn) jest więc symetryczna, a wszystkie wartości na głównej przekątnej są równe jedności. Tablice zawierające miary podobieństw kolumn (stref dostaw) oraz wierszy (stref załadunku) są przedstawione, odpowiednio, w tabelach 3 oraz 4 znajdujących się poniżej.

**Tabela 3. Podobieństwo stref dostaw**

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0,409	0,395	0,201	0,252	0,226	0,443
2		1	0,461	0,282	0,519	0,361	0,421
3			1	0,330	0,373	0,449	0,443
4				1	0,355	0,444	0,303
5					1	0,597	0,305
6						1	0,340
7							1

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt., 202.

**Tabela 4. Podobieństwo stref załadunku**

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0,388	0,000	0,359	0,188	0,497	0,122
2		1	0,000	0,490	0,495	0,551	0,408
3			1	0,000	0,000	0,000	0,000
4				1	0,503	0,445	0,255
5					1	0,447	0,439
6						1	0,338
7							1

Źródło: jak w tabeli 3.

Na tym etapie podobieństwo można wywnioskować z tabel 3 oraz 4. W tym celu analizuje się coraz mniejsze wartości brzegowe ( $\lambda$ ), obierając za nią najpierw największą w tabeli, później coraz mniejsze. Przyjrzyjmy się w ten sposób tabeli 3 i za początkowe  $\lambda$  obierzmy największą wartość, dla  $r_{56} = 0,597$ . Wynik tej analizy otrzymano w tabeli 5.

W tabeli 5 można zauważyć, że wiersze (i kolumny) 5 oraz 6 są do siebie podobne. Postępując w podobny sposób, obniżając wartości  $\lambda$  do kolejnych wartości zawartych w komórkach tabeli 3, otrzymujemy tabelę 6, w której są zestawione wiersze (kolumny), pomiędzy którymi zaszła relacja podobieństwa dla danych poziomów  $\lambda$ .

Powyższe wyniki wyczerpują wszystkie możliwości podobieństw między strefami dostaw. Strefa 4 tworzy własną grupę [4]. Według wzajemnego podobieństwa stref w nich zawartych, grupy można uszeregować w sposób następujący: [5, 6], [1, 7], [2, 3] oraz [4].

**Tabela 5. Analiza podobieństwa stref dostaw dla  $\lambda \geq 0,597$** 

	1	2	3	4	5	6	7
1	X						
2		X					
3			X				
4				X			
5					X	X	
6					X	X	
7							X

Źródło: jak w tabeli 3.

**Tabela 6. Podsumowanie analizy wartości brzegowych dla tabeli 3**

$\lambda$	Grupy dostaw	$\lambda$	Grupy dostaw
0,597	[5, 6]	0,421	–
0,519	–	0,409	–
0,461	–	0,395	[1, 7]
0,449	–	0,373	[1, 7]
0,444	–	0,361	[1, 7], [2, 3]
0,443	[1, 7]		

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris J., dz. cyt., s. 203.

Według identycznej procedury otrzymujemy tabelę podobną do 6, dla wartości zawartych w tabeli dotyczącej stref załadunku towarów (4).

**Tabela 7. Podsumowanie analizy wartości brzegowych dla tabeli 4**

$\lambda$	Grupy dostaw	$\lambda$	Grupy dostaw
0,551	[2, 6]	0,408	[2, 5]
0,503	[4, 5]	0,388	–
0,497	[4, 5]	0,359	[4, 6]
0,495	[4, 5]	0,338	[2, 6]
0,490	[4, 5]	0,255	[2, 4, 6], [5, 7]
0,447	[2, 5]	0,188	[2, 4, 5, 6]
0,445	[2, 4, 5]	0,122	[1, 2, 4, 5, 6, 7]
0,430	[2, 4]		

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt., s. 204.

Jak zostało to już przedstawione w tabeli 1, nie ma żadnych załadunków w strefie 3. Analizując powyższą tabelę, otrzymujemy, że najbardziej podobną parą jest grupa [4, 5], po niej podobne są grupy [1, 6] oraz [6, 7], przy czym te dwie ostatnie są na równi.

Miarę podobieństwa można wzmocnić przez pewne operacje matematyczne zastosowane na powyższych tabelach. Jedną z nich jest operacja zaproponowana przez Rossa<sup>9</sup>, zdefiniowana poniżej:

$$r_{ij}^2 = r_{ij} \circ r_{ij},$$

oczywiście, „2” w indeksie górnym jest w tym przypadku symbolem umownym, nie oznacza kwadratu liczby, a operacja  $\circ$  zdefiniowana jest w sposób następujący:

$$r_{ij}^2 = r_{ij} \circ r_{ij} = \max(\min(r_{ik}, r_{jk})),$$

gdzie  $i, j$ , to indeksy porównywanych kolumn, a  $k$  to indeksy kolejnych wierszy. Dla przykładu:

$$\begin{aligned} r_{46}^2 &= \max[\min(0.201, 0.226), \min(0.282, 0.361), \min(0.330, 0.449), \\ &\quad \min(1.000, 0.444), \min(0.355, 0.597), \min(0.444, 1.000), \min(0.303, 0.340)] \\ &= 0.444 \end{aligned}$$

Postępując w ten sposób dla wszystkich danych, otrzymujemy tabele 8 oraz 9, które przedstawiają, odpowiednio, zmodyfikowane wartości podobieństwa stref dostaw oraz nadania towarów.

**Tabela 8. Zmodyfikowane wartości podobieństwa stref dostaw**

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0,421	0,433	0,330	0,409	0,395	0,443
2		1	0,461	0,361	0,519	0,519	0,433
3			1	0,438	0,461	0,449	0,4330
4				1	0,438	0,444	0,340
5					1	0,597	0,421
6						1	0,433
7							1

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt., s. 205.

<sup>9</sup> T.J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, Wydawnictwo Wiley, McGraw-Hill, 1995.

**Tabela 9. Zmodyfikowane wartości podobieństwa stref załadunku**

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0,407	0,000	0,407	0,407	0,407	0,388
2		1	0,000	0,495	0,495	0,551	0,439
3			1	0,000	0,000	0,000	0,000
4				1	0,503	0,490	0,439
5					1	0,495	0,439
6						1	0,439
7							1

Źródło: jak w tabeli 9.

Ponownie przeprowadźmy analizę dla wartości brzegowych  $\lambda$ , wyniki znajdują się poniżej.

**Tabela 10. Podsumowanie analizy wartości brzegowych dla tabeli 8**

$\lambda$	Grupy dostaw	$\lambda$	Grupy dostaw
0,597	[5, 6]	0,449	[2, 3, 5, 6]
0,519	[2, 5, 6]	0,444	[2, 3, 5]
0,461	[2, 5]	0,443	[1, 7], [2, 3, 5]

Źródło: jak w tabeli 8.

Analiza preferencji w tym wypadku pozwala uporządkować strefy w sposób następujący: [5, 6], [2, 3], [1, 7] oraz [4], co zostało osiągnięte w sześciu krokach, podczas, gdy poprzednio było ich potrzeba aż dwanaście.

Rezultaty otrzymane dla grup stref rozładunku towaru przedstawiono poniżej.

**Tabela 11. Podsumowanie analizy wartości brzegowych dla tabeli 9**

$\lambda$	Grupy dostaw	$\lambda$	Grupy dostaw
0,551	[2, 6]	0,439	[2, 4, 5, 6, 7]
0,503	[2, 6], [4, 5]	0,407	[2, 4, 5, 6]
0,495	[2, 5]	0,388	[1, 2, 4, 5, 6, 7]
0,490	[2, 4, 5, 6]		

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt., s. 206.

Uporządkowanie w tym przypadku wygląda następująco: [4,5], [6,7] oraz [1,2]. W tym wypadku wystarczyło siedem kroków, aby to osiągnąć, co stanowi znaczącą poprawę w porównaniu z piętnastoma, które były konieczne w analizie wcześniejszej. To pozwala zauważyć, o ile skuteczniejsze jest zastosowanie tej ulepszonej metody.

Dzięki powyższym danym można podjąć się analizy zależności pomiędzy grupami stref załadunku i rozładunku. Pierwsza z prawej kolumna w tabeli 14.1 ukazuje całkowity relatywny ładunek dla każdej z grup załadunku. Siła połączenia zdefiniowana jest jako ułamek tej wartości przypadający na każdą ze stref docelowych. Rozważmy więc pary już zdefiniowane – weźmy grupę stref załadunku [6,7] oraz grupę stref rozładunku [3,2], w tym wypadku siła połączenia  $w$  będzie wynosić:

$$w_{[6,7][2,3]} = \frac{r_{62} + r_{63} + r_{72} + r_{73}}{\sum_{k=1}^7 (r_{6k} + r_{7k})},$$

co po podstawieniu wartości liczbowych wyniesie:

$$w_{[6,7][2,3]} = (0,880 + 0,142 + 0,699 + 0) / (3,704 + 1,402) = 0,337.$$

Tablica zawierająca wszystkie wartości  $w$  znajduje się poniżej:

**Tabela 12. Siły współzależności pomiędzy grupami stref**

		Grupy stref rozładunku				
		5, 6	2, 3	1, 7	4	suma
Grupy stref załadunku	1, 2	0,313	0,432	0,242	0,014	1,001
	4, 5	0,414	0,232	0,156	0,199	1,001
	6, 7	0,519	0,337	0,054	0,090	1,000
	Suma	1,246	1,001	0,452	0,303	3,002

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt., s. 207.

Z powyższej tabeli wynika, że grupy, pomiędzy którymi zachodzą najistotniejsze połączenia, to:

**Tabela 13. Grupy o największej sile połączeń**

Strefy załadunku	Strefy rozładunku
1, 2	2, 3
4, 5	5, 6
6, 7	5, 6

Źródło: jak w tabeli 11.

Podczas gdy te, o najmniejszym stopniu pokrewieństwa to:

**Tabela 14. Grupy o najmniejszej sile połączeń**

Strefy załadunku	Strefy rozładunku
1, 2	4
4, 5	1, 7
6, 7	1, 7

Źródło: jak w tabeli 12.

Istnieją podobieństwa między analizą przewozów dużych i małych ładunków, różnica tkwi w faktycznym zarządzaniu tymi przewozami. Duże ładunki są zwykle dostarczane bezpośrednio z punktu załadunku do punktu docelowego, bez pośredniego etapu przeładunkowego. Istnieje też mniej możliwości do częściowej agregacji towarów w trasie.

Analiza podobieństwa w sytuacji przewozów dużych ładunków może przebiegać w sposób analogiczny, jak powyżej, dla małych ładunków, jej wyniki (już po zastosowaniu operacji ulepszającej algorytm) przedstawione są w tabelach 15 oraz 16.

**Tabela 15. Wartości podobieństwa stref dostaw**

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0,587	0,680	0,845	0,661	0,586	0,661
2		1	0,587	0,587	0,586	0,501	0,587
3			1	0,680	0,594	0,586	0,661
4				1	0,655	0,586	0,661
5					1	0,586	0,722
6						1	0,563
7							1

Źródło: jak w tabeli 12.

**Tabela 16. Wartości podobieństwa stref załadunku**

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0,571	0,000	0,571	0,571	0,571	0,000
2		1	0,000	0,571	0,571	0,571	0,000
3			1	0,000	0,000	0,000	0,000
4				1	0,682	0,586	0,000
5					1	0,586	0,000
6						1	0,000
7							1

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt., 208.

Tak jak poprzednio, w obu tabelach poszukiwane są teraz podobieństwa według malejącej wartości brzegowej  $\lambda$ .

**Tabela 17. Podsumowanie analizy wartości brzegowych dla tabeli 15**

$\lambda$	Grupy dostaw	$\lambda$	Grupy dostaw
0,845	[1, 4]	0,594	[1, 3, 4, 5, 7]
0,722	[1, 4], [5, 7]	0,587	[1, 3, 4, 7]
0,680	[1, 3, 4], [5, 7]	0,586	[1, 2, 3, 4, 5]
0,661	[1, 7], [3, 4]	0,563	[1, 3, 4, 5, 6, 7]
0,655	[1, 4, 7]		

Źródło: jak w tabeli 16.

Kolejność wynikająca z analizy preferencji grup stref to: [1, 2], [2, 3] oraz [5, 6, 7]. Grupy 5, 6 i 7 mogą być sparowane jako [5] [6, 7] bądź [5, 6] [7].  
Odnosnie do stref załadunku:

**Tabela 18. Podsumowanie analizy wartości brzegowych dla tabeli 16**

$\lambda$	Grupy dostaw
0,682	[4, 5]
0,586	[4, 5, 6]
0,571	[1, 2, 4, 5, 6]

Źródło: jak w tabeli 16.

Kolejność tych grup to: [4, 5], [1, 2] i [6]. Ostatnie dwie grupy zajmują w kolejności to samo miejsce.

Tabela z wartościami sił połączeń pomiędzy grupami stref znajduje się poniżej.

**Tabela 19. Siły współzależności pomiędzy grupami stref**

		Grupy stref rozładunku				suma
		1, 4	5, 6	2, 3	7	
Grupy stref załadunku	1, 2	0,284	0,298	0,271	0,147	1,000
	4, 5	0,277	0,281	0,324	0,119	1,001
	6	0,406	0,216	0,307	0,070	0,999
	Suma	0,967	0,795	0,902	0,336	3,000

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris J, dz. cyt., s. 209.

Z tej tabeli wynika, że najsilniejsze połączenia występują pomiędzy grupami:

**Tabela 20. Grupy o największej sile połączeń**

Strefy załadunku	Strefy rozładunku
1, 2	5, 6
4, 5	2, 3
6	1, 4

Źródło: jak w tabeli 19.

Podczas, gdy najsłabsze są między grupami:

**Tabela 21. Grupy o najmniejszej sile połączeń**

Strefy załadunku	Strefy rozładunku
1, 2	7
4, 5	7
6	7

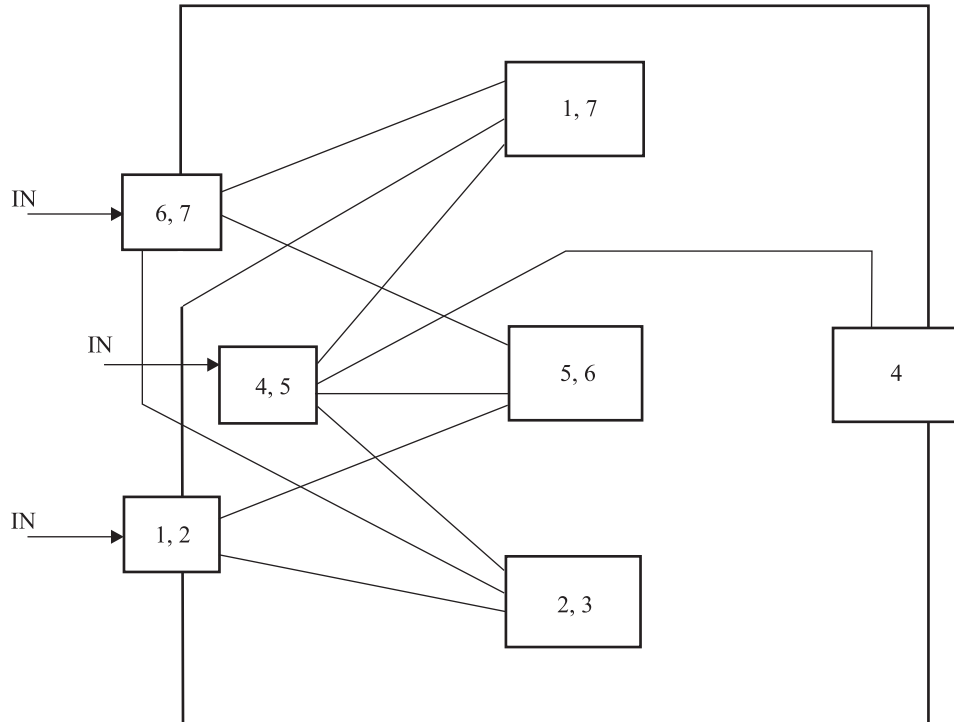
Źródło: jak w tabeli 19.

Wartością przedstawionego tutaj systemu jest to, że wykorzystuje inteligentne rozwiązania za pomocą działań na zbiorach i liczbach nieostrych oparte na podstawowych operacjach matematycznych. Unaoczniony został fakt, że można znaleźć rozsądną kombinację stref zarówno do częściowego załadunku, jak i rozładunku towarów; przedstawiona została też metoda, za pomocą której taką kombinację można znaleźć.

Siły połączeń przedstawione w relacyjnej tabeli 12 mogą zostać przetłumaczone na wykres przedstawiający najlepszy schemat sortowania operacji, co przedstawiono na rysunku 3.

Zastosowany jest proces *surowego* sortowania w stosunku do stref załadunku [1, 2], [4, 5] i [6, 7]. Korzystając z danych liczbowych, mogą one być połączone z najbardziej prawdopodobnymi strefami docelowymi. Strefa 4 jest najmniej prawdopodobną strefą docelową, w związku z czym może być najbardziej odosobniona, aczkolwiek muszą istnieć z nią *jakieś* połączenia. Punkty odbioru stref załadunku mogą być umiejscowione najbliżej celów, z którymi mają najsilniejsze połączenia, co pozwala stworzyć najbardziej ergonomiczny plan zarządzania ładunkami.

Aby zbalansować zasoby i potrzeby, alokacja fizycznych, finansowych i ludzkich zasobów powinna odpowiadać proporcjom zagregowanych ładunków poszczególnych połączeń, które zostały przedstawione w powyższych analizach. Tego typu podsumowanie przedstawione jest w poniższej tabeli.



**Rysunek 3. Najlepszy schemat sortowania dla małych transportów**

Źródło: J. Harris, dz. cyt., s. 210

**Tabela 22. Zagregowane relatywne przewozy**

		Grupy stref rozładunku				suma
		2, 3	5, 6	2, 7	4	
Grupy stref załadunku	1, 2	2,216	1,605	1,244	0,070	5,135
	4, 5	1,437	2,564	0,967	1,232	6,200
	6, 7	1,721	2,651	0,276	0,458	5,106
	Suma	5,374	6,820	2,487	1,760	16,441

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt. s. 210.

Porównując najbardziej i najmniej obciążone trasy – odpowiednio [6, 7]/[5, 6] oraz [1, 2]/[4], wychodzi na to, że pierwsza z nich jest 38 razy bardziej obciążona od drugiej. Alokacja zasobów powinna się odbywać zgodnie z danymi zawartymi w powyższej tabeli.

Odnosnie do dużych ładunków proces sortowania jest nieobecny, choć okazjonalnie mogą się zdarzać agregacje ładunków w polu, ale nie tak często, jak w poprzednim przypadku. Wzorec załadunku opartego na grupach stref rów-

nież w tym przypadku może wpływać na alokację zasobów. Poniżej znajduje się podobne podsumowanie, co w tabeli 22.

W tabeli 23 zilustrowano relatywne zapotrzebowanie na usługi w grupach stref. Grupa załadunku [4, 5] w oczywisty sposób stwarza największe zapotrzebowanie na zasoby operacyjne, a grupa rozładunku [2, 3] ma w tym największy udział. Tego typu skalowanie jest w jasny sposób bardzo przydatne przy transferze zasobów w celu najlepszego zaspokojenia potrzeb, podobnie by to wyglądało w kwestii małych transportów.

**Tabela 23. Zagregowane relatywne przewozy**

		Grupy stref rozładunku				
		1, 4	2, 3	5, 6	7	suma
Grupy stref załadunku	4, 5	0,492	2,917	2,531	1,071	9,011
	1, 2	1,289	1,231	1,351	0,666	4,537
	6	1,118	0,846	0,596	0,194	2,754
	Suma	4,899	4,994	4,478	1,931	16,302

Źródło: opracowane na podstawie J. Harris, dz. cyt., s. 211.

Wzorzec z tabeli 23 (jak również 22) ma znaczące implikacje finansowe. Każda ze stref (taktowanych podwójnie – jako załadunkowa i rozładunkowa) może być rozpatrywana jako centrum kosztów, a zyskowność netto tych dwunastu centrów może być przewidywana i porównywana bądź przedstawiana okresowo. Z administracyjnego punktu widzenia odpowiedzialność pracowników może być przypisywana proporcjonalnie do zapotrzebowania na danej trasie przewozów. Tego typu rozważania nad przeprowadzoną analizą umożliwiają znalezienie najmniej dochodowych centrów (stref) i wyeliminowanie ich z sieci.

Dane dotyczące przedsiębiorstwa transportowego zostały zorganizowane na bazie siedmiu stref o równej powierzchni, oraz podzielone na dwa osobne zagadnienia – małych oraz dużych przewozów. W obu przypadkach dane zostały przeanalizowane na bazie podobnych mechanizmów na podstawie matematyki zbiorów nieostrych. Rezultatem było przedstawienie stref, które były do siebie najbardziej podobne, w następnym kroku przedstawione i przeanalizowane zostały siły połączeń pomiędzy poszczególnymi grupami stref. Relatywne zapotrzebowanie na usługi zostało przedstawione tabeli 22 dla małych przewozów oraz tabeli 23 dla dużych przewozów. Korzyści dla procesu zarządzania przedsiębiorstwem, wynikające z przedstawionej analizy, to:

- efektywna agregacja częściowych załadunków;
- rozwinięte graficzne przedstawienie zarządzania małymi ładunkami;
- podstawa pod podział fizycznych zasobów odpowiadających załadunkom;
- podstawa alokacji środków finansowych;

- skalowanie alokacji posiadanych operacyjnych i administracyjnych zasobów ludzkich;
- możliwość identyfikacji centrów kosztów i centrów zysków, wraz z analizą porównawczą ich dochodowości;
- większe sformalizowanie procesów zachodzących w przedsiębiorstwie, co sprawia, że staje się ono mniej podatne na negatywne skutki związane ze zmianami kadry zarządzającej.

Istnieje spore prawdopodobieństwo, że gdyby proces został w pełni zaimplementowany w przedsiębiorstwie, podział całego obszaru byłby oparty na 19 strefach o identycznej powierzchni, ze strefą centralną, otaczającym ją pierścieniem sześciu stref i kolejnym, składającym się z dwunastu.

## Bibliografia

- Zbiory rozmyte i ich zastosowania*, J. Chojcan, J. Łęski, red., Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001.
- Drewniak, J., *Podstawy teorii zbiorów rozmytych: skrypt przeznaczony dla studentów IV i V roku matematyki*, Uniwersytet Śląski, Katowice, 1984.
- Gołemska, E., *Podstawy logistyki*, Wydawnictwo Naukowe Wyższej Szkoły Kupieckiej, Łódź 2006.
- Harris, J., *Fuzzy Logic Applications in Engineering Science*, Wydawnictwo Springer, Dordrecht 2006.
- Jakuszewicz, I., *Zastosowanie logiki rozmytej do oceny atrakcyjności terenów miejskich*, materiały konferencyjne XIII Konferencji Naukowej Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS, Białowieża 2004.
- Martikainen, J., Ovaska, S. J., *Using Fuzzy Evolutionary Programming to Solve Traveling Salesman Problems*, materiały konferencyjne Artificial Intelligence and Soft Computing, Benidorm (Hiszpania), 2005.
- Ross, T.J., *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, Wydawnictwo Wiley, McGraw-Hill, 1995.
- Shore, B., Venkatachalam A.R., *Evaluating the information sparing capabilities of supply chain partners, a fuzzy logic model*, International Journal of Physical Distribution 203, nr 9, 10.
- Ważna, L., *Ocena efektywności wdrożenia systemu klasy ERP APS w warunkach ograniczeń wdrożeniowych z zastosowaniem zbiorów rozmytych*, materiały konferencyjne XXI Autumn Meeting of Polish Information Processing Society, Wisła 2005.

**STUDIES OVER FUZZY SETS APPLICATION IN LOGISTICS****Summary**

Fuzzy sets were defined in the 1960s by L. Zadeh. Since that moment more and more mathematical conceptions based on them have been developed. What is even more important - there is a growing number of fuzzy sets applications in many different fields, not only theoretical. Examples shown in this article shall visualize a wide range using fuzzy sets, both in every-day activities, and in sophisticated structures, such as supply chains.